

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2004-2005

22 dicembre 2004

A\*A\*A\*A\*

1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n}{1 - n + 2n^2} \right)^{n^2}.$$

2. Dire se la funzione

$$f(x) = |x \sin x - e^x x^5|$$

è continua e se è derivabile nel punto  $x = 0$ .

3. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^6 = x^5 + \alpha$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4. (a) Dimostrare che per ogni  $x \in (1, 2)$  si ha

$$\log x + 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0.$$

- (b) Posto  $f(x) = x \log x - \sqrt{x}$  dimostrare che

$$f\left(\frac{2005}{2004}\right) < f\left(\frac{2004}{2003}\right).$$

1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + n}{1 - n + n^2} \right)^{n^2}.$$

2. Dire se la funzione

$$f(x) = |x^2 e^x - x \sin^2 x|$$

è continua e se è derivabile nel punto  $x = 0$ .

3. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^7 = x^6 + \alpha$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4. (a) Dimostrare che per ogni  $x \in (0, 1)$  si ha

$$1 - \log x - \frac{\sqrt{x}}{2} > 0.$$

- (b) Posto  $f(x) = \frac{\log x}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  dimostrare che

$$f\left(\frac{2004}{2005}\right) > f\left(\frac{2003}{2004}\right).$$

1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n}{1 - n + n^2} \right)^n .$$

2. Dire se la funzione

$$f(x) = |x^2 \cos x - x \sin^2 x|$$

è continua e se è derivabile nel punto  $x = 0$ .

3. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^5 = x^6 + \alpha$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4. (a) Dimostrare che per ogni  $x \in (1, 2)$  si ha

$$\log x + 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$$

- (b) Posto  $f(x) = x \log x - \sqrt{x}$  dimostrare che

$$f\left(\frac{2005}{2004}\right) < f\left(\frac{2004}{2003}\right).$$

1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n}{1 - n + n^2} \right)^{2n^2 - n}.$$

2. Dire se la funzione

$$f(x) = |x \sin^3 x - x^3 \cos x|$$

è continua e se è derivabile nel punto  $x = 0$ .

3. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^6 = x^7 + \alpha$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4. (a) Dimostrare che per ogni  $x \in (0, 1)$  si ha

$$1 - \log x - \frac{\sqrt{x}}{2} > 0.$$

- (b) Posto  $f(x) = \frac{\log x}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  dimostrare che

$$f\left(\frac{2004}{2005}\right) > f\left(\frac{2003}{2004}\right).$$