

Analisi Matematica Due

Prova scritta n. 7

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

29 gennaio 2003

1. Data $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^4 + x^2y - 2y$$

- (a) determinare i punti critici di f e stabilire se sono massimi o minimi relativi;
 - (b) trovare il valore massimo e il valore minimo assunto da f sull'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 \leq y \leq 1\}$;
 - (c) trovare l'insieme $f(\mathbb{R}^2)$ di tutti i valori assunti da f su \mathbb{R}^2 .
2. Posto

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\arctan(kx)}{k^3}$$

verificare che la serie converge per ogni $x \in \mathbb{R}$. Dimostrare quindi che $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è di classe \mathcal{C}^1 .

3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \log(y'(x)) = x + y, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

determinando in particolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

4. Trovare il volume del solido $E = \{(x, y, z): |z| \leq e - e^{x^2+y^2}\}$.