

Analisi Matematica Due, secondo modulo

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

24 maggio 2002

1. Sia D il dominio delimitato dalla curva (cardioide) di equazione

$$\begin{cases} x(t) = (1 + \cos t) \cos t \\ y(t) = (1 + \cos t) \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi].$$

Calcolare

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

2. Si consideri la forma differenziale

$$\omega = \frac{-y}{x^2 + 4y^2} dx + \frac{x}{x^2 + 4y^2} dy.$$

- (a) Dire se ω è chiusa nell'insieme di definizione;
(b) dire inoltre se è esatta in tale insieme;
(c) calcolare

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{-2 \cos(\pi t) - 2\pi t \sin(\pi t)}{4t^2 + 4 \cos^2(\pi t)} dt.$$

3. Si consideri la regione $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq 4x^2(1 - x^2)\}$. Dopo aver verificato che la curva $\gamma(t) = (\sin t, \sin(2t))$ ha come immagine ∂D , calcolare l'area di D .