

# Punti critici, massimi e minimi

15 novembre 2001

1. Classificare i punti critici delle seguenti funzioni  $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$

$$3x^3 + xy^2 - 7 - e^x, \quad x^2y + y^2 + x, \quad x^4 + \sin(y^2),$$
$$x^3(e^y - 1)^2, \quad (x^2 + ye^y + 1/e)^3, \quad 4(y + e^x)^2 + \frac{1}{y + e^x}, \quad (y - x^2)(y - 2x)^2.$$

2. Trovare massimi e minimi (assoluti e relativi) della funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{y - x^2} & \text{se } y \geq x^2 \\ (x^2 - y)(y^2 - 1) & \text{se } y < x^2. \end{cases}$$

3. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 - y)^2 & \text{se } x^2 + y^2 < 1 \\ x^4 + xy + y^4 + 5 & \text{se } x^2 + y^2 \geq 1. \end{cases}$$

Determinare l'insieme  $f(\mathbf{R}^2)$  dei valori assunti da  $f$ .

4. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = (2x - 1)^2 + 8|y|x$$

sul quadrato  $\{|x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ .

5. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x}{3} - y^2$$

sul cerchio  $\{x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

6. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^2 - 3x$$

sul cerchio  $\{x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

7. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = (x + y)e^{-xy}$$

sul triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$ .

8. Sia  $P = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3: 2x + y + 2z = 16\}$ . Trovare il punto del piano  $P$  di minima distanza dal punto  $(0, 0, 0)$ .

*Modifiche:* 26.11.2003: ho corretto la data del documento.