Esercizi 24 novembre '99

5) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile. Che relazioni ci sono tra

$$\liminf_{x \to 34^+} f'(x)$$

e

$$\limsup_{x \to 34^-} f'(x)$$

?

Che se ne puo' dedurre?

1) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile. Sia $F : \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y < x\} \to \mathbb{R}$ definita da $F(x,y) = \frac{f(x)-f(y)}{x-y}$. Dire quello che vi pare su tale funzione, a me interessa quello che succede dalle parti di $\{x = y\}$.

d) Dare un po' di caratterizzazioni di continuita' per funzioni "daerreinerre".

f) Dare quella che secondo voi potrebbe essere una buona definizione di continuita' per funzioni : $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e monotona, facciamo crescente. Che mi dite sulla derivabilita' di f?

(9 Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile con $f'(x) \equiv 0$. dimostrare che F e' costante. e quando dico dimostrare intendo dimostrare.

8) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e derivabile su un aperto denso A. Non sapete cos'e' un aperto denso? Allora, un aperto e' un robo A tale che $\forall x \in A\ \exists \varepsilon > 0 \mid \forall y \in \mathbb{R}\ (\|x-y\| < \varepsilon) \Rightarrow y \in A$, e denso significa che $\forall x \in \mathbb{R}\ \forall \varepsilon > 0\ \exists y \in A \mid \|x-y\| < \varepsilon$. Per esempio $\mathbb{R}$ meno un numero finito di punti e' un aperto denso. I razionali sono densi in $\mathbb{R}$ ma non sono un aperto. $(a,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ e' un aperto ma non e' denso.

Bene, se adesso vi dico che $f'(x) \equiv 0$ su A, voi cosa riuscite a dirmi? Ce la fate a dimostrare che f e' costante?.