

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Seconda prova in itinere del 03-06-2009

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (16 punti) Date le 1-forme differenziali

$$\omega_1 = -y dx + x dy$$

$$\omega_2 = \left(\frac{2x}{x^2 + (y-1)^2} + y \right) dx + \left(\frac{2y-2}{x^2 + (y-1)^2} + x \right) dy$$

- i) (6 punti) dire se sono chiuse, se sono esatte e, in caso affermativo, calcolarne una primitiva;
- ii) (10 punti) calcolare l'integrale di ω_1 e ω_2 lungo la curva (γ, r) in \mathbb{R}^2 di parametrizzazione

$$r(t) = \left(\sin \frac{t}{2} \right) \vec{i} + (\sin t) \vec{j}, \quad t \in [0, \pi]$$

Esercizio 2. (22 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = (y^2 + 1)^2\}$$

- i) (4 punti) dire nell'intorno di quali punti Σ si può scrivere come grafico di una funzione e scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ nel punto $P = (\sqrt{2}, -1, -\sqrt{2})$;
- ii) (4 punti) trovare una parametrizzazione che rende Σ superficie regolare;
- iii) (4 punti) dire se $\Sigma \cap \{x + y^2 + z = 1\}$ è una curva regolare;
- iv) (10 punti) calcolare il flusso attraverso $\Sigma \cap \{-1 \leq y \leq 1\}$ dei campi di vettori

$$A_1 = Y + (x^2 + z^2) Z$$

$$A_2 = \left(\frac{z-2}{y^2 + (z-2)^2} \right) X + \left(\frac{y}{(x-2)^2 + y^2} \right) Z$$