

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Prima prova in itinere del 23-04-2009

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (10 punti) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = e^{-\left[n\left(x-\frac{1}{n}\right)^2\right]} \quad x \in \mathbb{R}, \quad n \geq 1$$

i) calcolare per la successione l'insieme di convergenza puntuale e il limite puntuale $f(x)$, e dire se la convergenza è uniforme su $(0, +\infty)$;

ii) dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

converge uniformemente su $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Esercizio 2. (12 punti) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{n 2^n}$$

i) determinare su quali insiemi si ha convergenza uniforme;

ii) calcolare, dove esiste, la funzione somma $S(x)$.

Esercizio 3. (10 punti) Data la curva (γ, r) in \mathbb{R}^3 di parametrizzazione

$$r(t) = (t, t^2, \sin t) \quad t \in [-2\pi, 2\pi]$$

i) dire se si tratta di una curva regolare, e se è chiusa e/o semplice;

ii) scrivere l'equazione cartesiana della retta tangente in $P = r(\pi)$;

iii) scrivere l'equazione cartesiana del piano ortogonale alla retta del punto ii) e passante per $P = r(\pi)$.