

**Calcolo delle Probabilità e Statistica**  
**Corso di Laurea in Informatica**  
**Prima prova intermedia del 29-10-2020**

**Esercizio 1. (6 punti)**

In una famiglia ci sono 5 figli: assumendo che i due sessi siano equiprobabili e che i sessi dei diversi figli siano indipendenti, qual è la probabilità che ci sia più di un figlio maschio?

**Esercizio 2. (8 punti)**

Sia  $X$  una v.a. discreta che prende i valori 1, 2 e 3 con probabilità rispettive  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ .

- i) Sotto quali condizioni si ha  $E[X] = 2$ ?
- ii) Presi  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  tali che  $E[X] = 2$ , quando la varianza di  $X$  è massima?

**Esercizio 3. (9 punti)**

Tra gli studenti di Informatica, il 22% sono ragazze. L'altezza di una ragazza (misurata in centimetri) si rappresenta con una variabile gaussiana  $N(165, 25)$  e quella di un ragazzo con una variabile  $N(178, 36)$ . Sia  $X$  la variabile aleatoria che rappresenta l'altezza di un generico studente di Informatica.

- i) Scrivere un'espressione per  $P\{X \leq x\}$ .
- ii) Si possono scrivere delle formule per la funzione di ripartizione e la densità di  $X$  partendo dalle funzioni  $\Phi$  e  $\varphi$  (che rappresentano rispettivamente la funzione di ripartizione e la densità della variabile gaussiana standard)?
- iii) Possiamo intuire se  $X$  è gaussiana o no?

**Esercizio 4. (9 punti)**

Consideriamo la funzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ax & 0 \leq x < 1 \\ bx^2 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

- i) Sotto quali condizioni per i coefficienti  $a$  e  $b$  la funzione sopra scritta è una funzione di ripartizione?

- ii) Qual è (in funzione di  $a$  e  $b$ ) la mediana (o  $0.5$ -*quantile*) della variabile  $X$ ?
- iii) Sotto quali condizioni è la funzione di ripartizione di una variabile con densità?