

Calcolo delle Probabilità e Statistica
Corso di Laurea in Informatica
Compito del 25-03-2021

Esercizio 1. (12 punti)

Si consideri un campione statistico X_1, X_2, \dots, X_{90} di variabili aleatorie di Bernoulli di parametro p .

- a) Usare il metodo dei momenti per dare una stima del parametro p usando un campione di dati per cui il valore “0” è stato ottenuto 27 volte, e il valore “1” è stato ottenuto 63 volte.
- b) Usando il valore stimato del parametro p , scrivere una formula esatta per $\mathbf{P}\{X_1 + X_2 + \dots + X_{90} = k\}$ per ogni numero reale k .
- c) Usando il valore stimato del parametro p , approssimare la probabilità $\mathbf{P}\{X_1 + \dots + X_{90} \geq 60\}$.

Esercizio 2. (10 punti)

Consideriamo la funzione così definita

$$f(x) = \begin{cases} c x e^{-\frac{x^2}{2}}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- a) Calcolare la costante c che rende la funzione sopra scritta una densità di probabilità, e preso $\beta \in (0, 1)$ scrivere una formula per il β -quantile di una variabile aleatoria X con quella densità.
- b) Calcolare la funzione generatrice dei momenti della variabile aleatoria X^2 .

Esercizio 3. (8 punti)

Pesando un oggetto con una bilancia elettronica 71 volte si ottiene un valore $\bar{m} = 140$ g per la media empirica delle pesate, e un valore $\bar{\sigma} = 0.4$ g per la deviazione standard campionaria delle pesate.

- a) Descrivere un test per l'ipotesi che la bilancia pesi gli oggetti con un errore gaussiano con varianza maggiore o uguale a 0.2 g, e dire se l'ipotesi viene accettata al livello del 20%.
- b) Calcolare poi il relativo p -value. Modificare infine l'ipotesi per ottenere un p -value maggiore o uguale a 0.25.