

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 23-06-2009

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (10 punti) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx} \sin \frac{n}{x} \quad x > 0$$

- i) studiare la convergenza totale sugli intervalli $(0, +\infty)$ e $(1, +\infty)$;
- ii) cosa si può dire sulla convergenza uniforme?

Esercizio 2. (12 punti) Dato l'insieme

$$\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + x + y^2 = 2, x \geq 0\}$$

- i) dire se è una curva regolare;
- ii) scrivere l'equazione cartesiana della retta tangente a γ nel punto $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$;
- iii) scelta un'orientazione su γ , calcolare il lavoro lungo γ del campo di vettori

$$A = \log(1 + x^2) X + \sqrt{2} Y$$

Esercizio 3. (10 punti) Data la coppia (Σ, r) in \mathbb{R}^3 con parametrizzazione

$$r : K \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad r(u, v) = \left(\sqrt{1 - u^2 - v^2}\right) \mathbf{i} + (v) \mathbf{j} + (u + v) \mathbf{k}$$

dove $K = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u^2 + v^2 \leq 1\}$,

- i) dire se $\Sigma = r(K)$ è una superficie regolare;
- ii) scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ nel punto $P = r\left(\frac{1}{2}, 0\right)$;
- iii) calcolare

$$\int_{(\Sigma, r)} (z - y)x \, dx \wedge dy + y^2 \, dy \wedge dz$$