

Esercizi  
**Probabilità condizionata e formula di Bayes**

1. Tre palline vengono colorate di rosso oppure di blu, e la scelta è casuale con probabilità  $\frac{1}{2}$  per ogni pallina ed indipendente dalle altre. Sapendo che almeno una pallina è colorata di rosso, qual è la probabilità che almeno una sia colorata di blu? Qual è la risposta se invece il colore rosso viene scelto con probabilità  $\frac{2}{3}$  e il colore blu con probabilità  $\frac{1}{3}$ ?  
*Risposte:* (i)  $\frac{6}{7}$ ; (ii)  $\frac{9}{13}$
2. Lanciamo due dadi a 6 facce equiprobabili. Si considerino i seguenti eventi:  $A = \{\text{con il primo dado si ottiene un numero dispari}\}$ ;  $B = \{\text{con il secondo dado si ottiene un numero pari}\}$ ;  $C = \{\text{la somma dei due risultati è un numero pari}\}$ . Dire se gli eventi sono a due a due indipendenti. Dire se sono tutti e tre indipendenti.  
*Risposta:*  $A$  e  $B$  sono indipendenti;  $A$  e  $C$  sono indipendenti;  $B$  e  $C$  sono indipendenti;  $A, B$  e  $C$  non sono indipendenti.
3. Supponiamo di avere due scatole, la prima con 5 palline rosse e 7 palline blu, la seconda con 8 palline rosse e 3 palline blu. Si sceglie a caso una scatola in maniera equiprobabile e si estraggono due palline, che risultano essere entrambe rosse. Qual è la probabilità che sia stata scelta la prima scatola?  
*Risposta:*  $\frac{25}{109}$
4. Supponiamo di avere due scatole, la prima con 2 palline rosse e 3 palline blu, la seconda con 3 palline rosse e 4 palline blu. Spostiamo una pallina scelta a caso dalla prima scatola alla seconda scatola, e poi estraiamo due palline dalla seconda scatola. Qual è la probabilità che siano entrambe rosse?  
*Risposta:*  $\frac{3}{20}$
5. Ripetiamo quattro volte un esperimento che ha probabilità di successo  $\frac{2}{3}$ . Calcolare le seguenti probabilità: (i) che si abbia almeno un successo; (ii) che si abbia esattamente un successo; (iii) che si abbiano esattamente due successi.  
*Risposte:* (i)  $\frac{80}{81}$ ; (ii)  $\frac{8}{81}$ ; (iii)  $\frac{24}{81}$ .
6. In una catena di montaggio, c'è un errore ogni cento prodotti. Un test per identificare i prodotti difettosi risulta positivo il 95% delle volte per i prodotti difettosi, e il 10% delle volte per i prodotti integri. (i) Se si esamina un prodotto e il test su di esso risulta positivo, qual è la probabilità che il prodotto non sia difettoso? (ii) Se si esamina un prodotto e il test su di esso risulta invece negativo, qual è la probabilità che il prodotto non sia difettoso?  
*Risposte:* (i)  $\frac{990}{1085}$ ; (ii)  $\frac{1782}{1783}$ .