

LUN 9:30 - 11:30, inizio 9:40

MER 8:30 - 10:30, " 8:50

Home page del corso CLAUDIO BONANNO UNIP1 $\rightarrow$ DIDATTICA

$\rightarrow$ EL. MAT E STAT 26-27

Team del corso su MICROSOFT TEAMS $\rightarrow$ Registrazioni lezioni
CONDIVISO/REG..

$\rightarrow$ Comunicazioni urgenti

Registro delle lezioni, orario lezioni, date esami

Materiale didattico: lezioni, Note

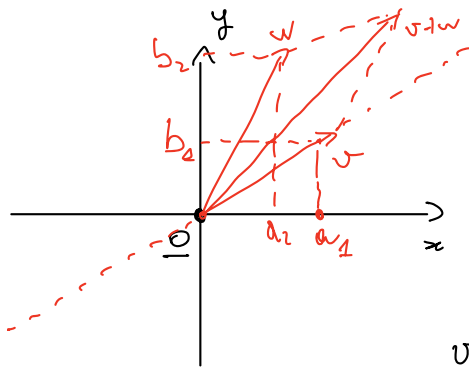


• Insiemi numerici, $\mathbb{R}$ numeri reali

• Spazio vettoriale reale

Piano euclideo $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{ (x, y) : x, y \in \mathbb{R} \}$

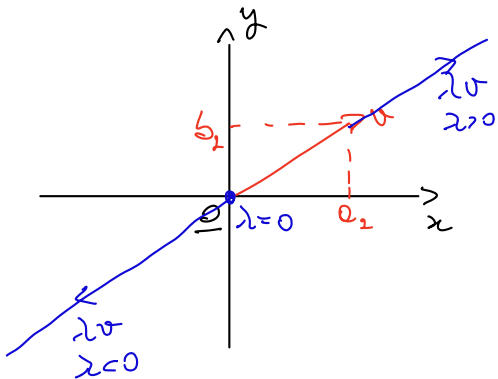
$\underline{0} = (0, 0)$ vettore nullo



vettori $v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = \sqrt{a^2 + b^2}$
modulo

$(\mathbb{R}^2, +)$ gruppo commutativo

$$v + w = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$



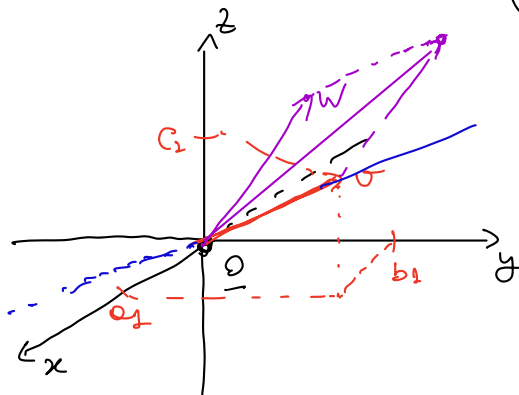
$\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}^2$ prodotto per scalare

$$\lambda v = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda b_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Spazio euclideo

$$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{ (x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R} \}$$

$$\underline{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ vettore nullo}$$



$$v = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ vettore}$$

$$v + w \in \mathbb{R}^3$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

$$\lambda \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R}^3$$

$$\lambda v = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda b_1 \\ \lambda c_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

$$\underline{m \in \mathbb{N}}, \quad \mathbb{R}^m = \{ (x_1, x_2, \dots, x_m) : x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R} \}$$

$$\underline{0} = (0, 0, \dots, 0) \text{ vettore nullo}$$

$$v = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}, \quad v + w = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_m + b_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$$

$$\lambda \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R}^m$$

$$\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \vdots \\ \lambda a_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$$

Spazi di matrici

$$m \in \mathbb{N} \text{ righe}, \quad n \in \mathbb{N} \text{ colonne}, \quad \mathcal{M}(m \times n, \mathbb{R})$$

$$\underline{\text{es}} \quad A \in \mathcal{M}(2 \times 3, \mathbb{R})$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} & 7 + \sqrt{3} \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A \in \mathcal{M}(3 \times 1) \quad A = \begin{pmatrix} 5 \\ -\sqrt{7} \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A \in \mathcal{M}(1 \times 2) \quad A = (0 \quad -2)$$

$\mathcal{M}(m \times n, \mathbb{R})$ è uno spazio vettoriale

- matrice nulla $\underline{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$

Notazione $A \in \mathcal{M}(m \times n)$, $A = (a_{ij})_{\substack{i=1, \dots, m \\ j=1, \dots, n}}$

ES $A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} & 7+\sqrt{3} \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad m=2, \quad n=3$

$$a_{12} = -\sqrt{2}, \quad a_{23} = 5$$

- $A = (a_{ij}), \quad B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}(m \times n)$

$$C = A + B = (c_{ij}), \quad c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

ES $A, B \in \mathcal{M}(2 \times 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} -1 & 7+\sqrt{5} \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(2 \times 2)$$

- $\lambda \in \mathbb{R}, \quad A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}(m \times n)$

$$C = \lambda A = (c_{ij}), \quad c_{ij} = \lambda a_{ij}$$

$$\underline{\text{ES}} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (-2)A = -2A = \begin{pmatrix} -4 & -2\sqrt{5} \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Esempio $x+y=0$ in $\mathbb{R}^2$

$\underline{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ è soluzione di $x+y=0$? SÌ.

$v = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ è soluzione di $x+y=0$? SÌ

$\lambda \in \mathbb{R}$, $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, λv è soluzione di $x+y=0$? SÌ

$$\lambda v = \begin{pmatrix} -\lambda \\ \lambda \end{pmatrix}$$

Polinomi a coefficienti reali

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m,$$

$$a_0, a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}, \quad m \in \mathbb{N}_0, \quad a_m \neq 0$$

grado

$$\underline{0}(x) = 0, \quad p(x)+q(x) \text{ somma}, \quad \lambda p(x) = \lambda(a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m) =$$

$$= (\lambda a_0) + (\lambda a_1)x + \dots + (\lambda a_m)x^m$$

$\longleftrightarrow$

Definizione Sia V spazio vettoriale. Un sottoinsieme $W \subseteq V$

si dice **SOTTOSPAZIO VETTORIALE** di V se:

(i) $\underline{0} \in W$ (W contiene il vettore nullo di V);

(ii) $v, w \in W \Rightarrow$ allora $v+w \in W$;

(iii) $\lambda \in \mathbb{R}, v \in W \Rightarrow$ allora $\lambda v \in W$.

ES • $\{\underline{0}\}, V$ sono sottospazi vettoriali (banali);

• $\mathbb{R}^2$. I sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^2$ sono: $\{\underline{0}\}, \mathbb{R}^2$, e tutte
passanti per $\underline{0}$.

