

**Analisi Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Civile**  
**Compito del 20-09-2008**

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

**Esercizio 1. (10 punti)** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{1}{n^2} \arctan(nx), \quad n \geq 1$$

- i) dire se la serie di funzioni  $S(x) = \sum_{n \geq 1} f_n(x)$  converge uniformemente su  $\mathbb{R}$ ;
- ii) dire se la serie di funzioni  $S(x) = \sum_{n \geq 1} f_n(x)$  è derivabile nell'intervallo  $[1, +\infty)$ .

**Esercizio 2. (12 punti)** Data la funzione

$$F(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^2 - 1$$

- i) dire in quali punti  $P = (x, y, z)$  è possibile applicare il Teorema delle Funzioni Implicite;
- ii) dire se l'insieme  $\Sigma = \{F(x, y, z) = 0\}$  è una superficie regolare e in tal caso scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a  $\Sigma$  nel punto  $P = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ;
- iii) calcolare il flusso attraverso  $\Sigma$  del campo di vettori

$$A = \left( \frac{1}{y-2} \right) X + (y + \arctan(x^2)) Y + (\sin(x+y) - z) Z$$

**Esercizio 3. (12 punti)** Dire quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse ed esatte, e scrivere una primitiva per quelle esatte:

$$\omega_1 = -\frac{2}{x^3} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) dx + 2y e^{y^2+z} dy + e^{y^2+z} dz$$

$$\omega_2 = dx \wedge dy + y^2 dz \wedge dx + dy \wedge dz$$

$$\omega_3 = \left( \frac{1}{1+x^2} + y \right) dx \wedge dy \wedge dz$$