

Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 20-9-1999

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

PRIMA PROVA (10 punti)

Si consideri il seguente campo di forze in \mathbf{R}^3 :

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{2xz}{x^2 - 1} \mathbf{i} + \sin(y) \mathbf{j} + \log(x^2 - 1) \mathbf{k}.$$

- 1) Si determini se tale campo è conservativo;
- 2) Si determinino le componenti connesse del suo dominio di definizione;
- 3) Si calcolino tutte le sue primitive (se esistono).
- 4) Si calcoli

$$\int_{\Gamma} \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{T} \, dm_1$$

ove $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 1; x = 2 + y^2 + z^2; y = z\}$ e \vec{T} è il vettore unitario tangente a Γ nella direzione delle x crescenti.

SECONDA PROVA (15 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + \frac{y-|y|}{2} = 0 \\ y(0) = 1; \\ y'(0) = \lambda. \end{cases}$$

- a) determinare per quali valori di λ la soluzione è limitata su tutto \mathbf{R} ;
- b) determinare per quali valori di λ la soluzione assume solo valori positivi.
- c) determinare se esistono valori di λ per i quali la soluzione \bar{y} è tale che $\bar{y}(1) = 0$;
- d) quanti sono i valori di λ che soddisfano la richiesto del punto c).

TERZA PROVA (8 punti)

Calcolare

$$\oint_{C^+} \frac{z}{2z^2 + 3zi + 2} dz$$

ove $z = x + iy$ e C^+ è la circonferenza di raggio 7 e centro nell'origine orientata in senso orario.