

**Analisi Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Civile**  
**Compito del 19-09-2009**

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

**Esercizio 1. (10 punti)** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sin\left(\frac{x^2 + n}{3x^2 + n^2}\right) \quad x \in \mathbb{R}, \quad n \geq 1$$

i) calcolare per la successione l'insieme di convergenza puntuale e il limite puntuale  $f(x)$ , e dire se la convergenza è uniforme su  $(-1, 1)$ ;

ii) dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

converge totalmente su  $(-1, 1)$ .

**Esercizio 2. (12 punti)** Dato il campo di vettori

$$A = \frac{x - z}{x^2 + z^2} X + Y + \frac{x + z}{x^2 + z^2} Z$$

i) dire se è irrotazionale;

ii) dire se è conservativo;

iii) calcolare il lavoro di  $A$  lungo la curva  $(\gamma, r)$  in  $\mathbb{R}^3$  di parametrizzazione

$$r(t) = (\cos t) \vec{i} + (\sin t) \vec{j} + (\sin^2 t) \vec{k}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

**Esercizio 3. (12 punti)** Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - x^2 - 3 = y^2 + z^2\}$$

i) trovare una parametrizzazione che rende  $\Sigma$  superficie regolare;

ii) scrivere l'equazione cartesiana e l'equazione parametrica del piano tangente a  $\Sigma$  nel punto

$$P = \left(2, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

iii) calcolare

$$\int_{\Sigma^+} y \, dy \wedge dz$$