

**Analisi Matematica II**  
**Corso di Ingegneria Informatica**  
**Prova scritta di esame del 19-6-2000**

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

*Buon Lavoro!*

**PRIMA PROVA (12 punti)**

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - \frac{1}{4}x^2 - y^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - \frac{1}{4}x^2 - y^2$$

a) determinare i punti critici di  $f$ , i punti di minimo locale, di massimo locale e di sella

b) calcolare

$$\max_{(x,y) \in B} f(x, y)$$

ove

$$B = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{1}{9} \right\}$$

**SECONDA PROVA (12 punti)**

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \min(x, y^2) = 0 \\ y(0) = \lambda; \end{cases}$$

a) determinare per quali valori di  $\lambda$  la soluzione è definita su tutto  $\mathbf{R}$

b) determinare almeno un valore di  $\lambda$  per il quale la soluzione è data da  $y(x) = \lambda + \frac{1}{2}x^2$  (e motivare bene la risposta).

c) determinare per quali valori di  $\lambda$  la soluzione è limitata tutto  $\mathbf{R}$

d) per ogni valore di  $\lambda$  determinare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x^3}$$

ove  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy.

**TERZA PROVA (10 punti)**

Si consideri la mappa  $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$  definita da

$$f(x) = 2x^2 - 1$$

- a) determinarne i punti fissi e la loro stabilità.
- b) determinare (se esistono) traiettorie periodiche di periodo 2.