

Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 19-6-2000

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

Buon Lavoro!

PRIMA PROVA (12 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - \frac{1}{4}x^2 - y^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - \frac{1}{4}x^2 - y^2$$

a) determinare i punti critici di f , i punti di minimo locale, di massimo locale e di sella

b) calcolare

$$\max_{(x,y) \in B} f(x, y)$$

ove

$$B = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{1}{9} \right\}$$

SECONDA PROVA (12 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \min(x, y^2) = 0 \\ y(0) = \lambda; \end{cases}$$

a) determinare per quali valori di λ la soluzione è definita su tutto \mathbf{R}

b) determinare almeno un valore di λ per il quale la soluzione è data da $y(x) = \lambda + \frac{1}{2}x^2$ (e motivare bene la risposta).

c) determinare per quali valori di λ la soluzione è limitata tutto \mathbf{R}

d) per ogni valore di λ determinare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x^3}$$

ove $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy.

TERZA PROVA (10 punti)

Si consideri la mappa $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ definita da

$$f(x) = 2x^2 - 1$$

- a) determinarne i punti fissi e la loro stabilità.
- b) determinare (se esistono) traiettorie periodiche di periodo 2.