

Calcolo delle Probabilità e Statistica
Corso di Laurea in Informatica
Seconda prova intermedia del 17-12-2020

Esercizio 1. (12 punti)

Consideriamo la funzione così definita

$$f(x) = \begin{cases} c(x-1)^2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{altrove} \end{cases}$$

- (i) Dopo aver calcolato la costante c che rende la funzione sopra scritta una densità di probabilità, calcolare valore atteso e varianza di una v.a. che abbia quella densità.
- (ii) Siano ora X_1, \dots, X_{60} sessanta v.a. indipendenti equidistribuite con la densità sopra scritta: stimare la probabilità

$$\mathbf{P}\{50 \leq X_1 + \dots + X_{60} \leq 70\}$$

in due modi diversi, utilizzando in particolare la diseguaglianza di Chebishev ed il Teorema Limite Centrale.

Esercizio 2. (10 punti)

Consideriamo, per $\theta > 1$, la densità

$$f(\theta, x) = \begin{cases} (\theta - 1)x^{-\theta}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$$

Consideriamo come modello statistico un campione X_1, \dots, X_n avente la densità $f(\theta, x)$, $\theta \in (1, +\infty)$: assegnati n numeri x_1, \dots, x_n (con $x_i > 1 \forall i$), esaminare se esistono ed hanno senso le stime di θ col metodo dei momenti e col metodo della massima verosimiglianza.

Esercizio 3. (10 punti)

Una grossa ditta vuole lanciare un nuovo tipo di tablet, prodotto con una tecnologia innovativa: i costi per lanciare su larga scala la produzione però sono tali che il lancio può essere finanziariamente conveniente solo se almeno

il 25 % dei potenziali acquirenti gradisce il nuovo prodotto. Viene prodotto un prototipo offerto in prova a 10000 persone e di queste la percentuale che dichiara di gradirlo è del 24.5 %.

(i) Nonostante questa percentuale sia (leggermente) inferiore al 25 %, il capo del progetto sostiene che il gradimento non è inferiore alla soglia desiderata e a tale scopo imposta il test dell'ipotesi $\mathcal{H}_0) p \geq 0.25$ contro $\mathcal{H}_1) p < 0.25$. Calcolare il relativo *p-value*: quale conclusione ne deducete?

(ii) Se 0.245 è la stima della probabilità di gradimento, qual è la *precisione* di questa stima con un livello di fiducia dell'80 % ?