Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 17-9-2000

PRIMA PROVA (10 punti)
Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^3 + y^2 - 3x + 4$$

a) calcolare i punti critici della f e determinare la loro natura.
b) calcolare l'estremo superiore ed inferiore della f
c) calcolare

$$\inf_{(x,y)\in Q} f(x,y) \;\; e \;\; \sup_{(x,y)\in Q} f(x,y)$$

ove

$$Q = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid y^2 - 3x \geq 0;\; x \geq 0\right\}$$

SECONDA PROVA (10 punti)
Si determini esplicitamente la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \min(x, x^2); \\ y(0) = 1/2. \end{cases}$$

TERZA PROVA (15 punti)
a) Si determini il dominio D di convergenza della seguente successionedi funzioni:

$$f_n(x) = \varphi(nx)$$

ove $\varphi(x) = xe^{-x}$.
b) Si determini se tale successione converge uniformemente (o/e uniformemente nei compatti) in D.
c) Si determini il dominio S di convergenza della seguente serie di funzioni:

$$\sum f_n(x)$$

d) Si determini se tale successione converge totalmente in S.
e) Si dica quale delle proprietà stabilite in a),.b), c), d) rimangono vere se si sostituisce la funzione xe^{-x}con una generica funzione $\varphi(x)$ che soddisfa le seguenti proprietà:

$$\varphi(0) = 0; \;\; \lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = 0; \;\; \lim_{x\to-\infty} \varphi(x) = +\infty.$$