

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 16-10-2010

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (12 punti) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = n \log \left(1 + \frac{\arctan(x^3 + 1)}{n^2} \right) \quad n \geq 1$$

i) calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 f_n(x) dx$$

ii) dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} f_n(x)$$

converge uniformemente su $[-1, 1]$.

Esercizio 2. (10 punti) Dato il campo di vettori

$$A = \frac{2xy^2}{1+x^4y^4} X + \frac{2x^2y}{1+x^4y^4} Y$$

- i) dire se è irrotazionale;
- ii) dire se è conservativo;
- iii) calcolare il lavoro di A lungo la curva (γ, r) in \mathbb{R}^2 di parametrizzazione

$$r(t) = (t \cos t) \vec{i} + (t \sin t) \vec{j} \quad t \in [-\pi, \pi].$$

Esercizio 3. (10 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0 \right\}$$

i) dire se Σ è una superficie regolare e scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ nel punto $P = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right)$;

ii) studiare l'intersezione

$$\gamma = \Sigma \cap \left\{ x^2 + y^2 + z^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0 \right\}$$