

**Analisi Matematica II - Corso di Ingegneria Elettronica**  
**Prova scritta di esame del 13-12-1993**

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

- Tempo a disposizione: due ore e mezza.

**PRIMA PROVA (8 punti)**

Si consideri il seguente campo di forze in  $\mathbf{R}^3$ :

$$\vec{F}(x, y, z) = \log(z^2 - 1)\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + \frac{2xz}{z^2 - 1}\mathbf{k}.$$

- 1) Si determini se tale campo è conservativo;
- 2) Si determinino le componenti connesse del suo dominio di definizione;
- 3) Si calcolino tutte le sue primitive (se esistono).
- 4) Si calcoli

$$\int_{\Gamma} \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{T} \, dm_1$$

ove  $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1; z = 2 + x^2 + y^2; x = y\}$  e  $\vec{T}$  è il vettore unitario tangente a  $\Gamma$  nella direzione delle  $x$  crescenti.

**SECONDA PROVA (8 punti)**

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + \max\{0, y\} = 1 \\ y(0) = 1; \\ y'(0) = \lambda. \end{cases}$$

- a) determinare per quali valori di  $\lambda$  la soluzione è limitata su tutto  $\mathbf{R}$ ;
- b) determinare per quali valori di  $\lambda$  la soluzione assume solo valori positivi.
- c) determinare per quali valori di  $\lambda$  esiste una soluzione  $\bar{y}$  tale che  $\bar{y}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ ;

**TERZA PROVA (8 punti)**

Calcolare

$$\int_{\Phi(\Omega^+)} z \, dx \wedge dy$$

ove

$$\Omega = \{(u, v) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 < u < 1; 0 < v < 1\}$$

e  $\Phi(u, v) = u\mathbf{i} + 2uv\mathbf{j} + v^2\mathbf{k}$ .

**QUARTA PROVA (8 punti)**

Calcolare

$$\oint_{C^+} \frac{z}{2z^2 + 3zi + 2} dz$$

ove  $z = x + iy$  e  $C^+$  è la circonferenza unitaria orientata in senso antiorario.