

**Calcolo delle Probabilità e Statistica**  
**Corso di Laurea in Informatica**  
**Compito del 06-09-2021**

**Esercizio 1. (10 punti)**

Supponiamo di avere 2 palline rosse e 2 palline blu, e di scegliere a caso due palline da inserire in un'urna.

- (i) Determinare la probabilità che l'urna contenga  $k$  palline rosse.
- (ii) Estraendo una pallina dall'urna si ottiene una pallina rossa, usando questa informazione qual è la probabilità che entrambe le palline nell'urna siano rosse?

**Esercizio 2. (8 punti)**

Delle due funzioni scritte sotto, dire (motivando la risposta) se sono la funzione di ripartizione di una variabile con densità. In caso affermativo, determinare quali momenti la relativa variabile aleatoria ammette finiti, ed eventualmente calcolare valore atteso e varianza.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1+e^x}{2} & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$
$$G(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1 - \frac{1}{x^4} & x \geq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3. (12 punti)**

Una società effettua un sondaggio per un referendum su un campione di 10000 votanti, ottenendo che 4900 votanti del campione voterebbero "Sì".

- (i) A quale livello  $1 - \alpha$  di fiducia corrisponde una precisione della stima inferiore a  $10^{-3}$ ?
- (ii) La società comunica il risultato del sondaggio affermando che la vittoria del "Sì" è molto plausibile. Siete d'accordo? Spiegare il ragionamento.

**Esercizio 3 per programma precedente. (12 punti)**

Si consideri la catena di Markov con stati  $S = \{1, 2, 3\}$  associata alla seguente matrice di transizione incompleta:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

- (i) Completare la matrice di transizione in modo che  $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$  sia la probabilità invariante della catena.
- (ii) Supponiamo di partire dallo stato 1 al tempo 0. Calcolare la probabilità di trovarsi nello stato 2 al tempo 1, al tempo 2 e al tempo 3.
- (iii) Da quale stato (1, 2 o 3) conviene partire al tempo 0 per avere la massima probabilità di trovarsi nello stato 2 al tempo 2?