Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 3-6-1996

-Prima di iniziare il compito scrivere cognome e nome su ogni foglio; i fogli senza nome saranno annullati.

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-E' proibito parlare con gli altri candidati o copiare (ovvio, ma sempre bene ripeterlo!)

-I punti assegnati a ogni esercizio sono tra parantesi quadra

BUON LAVORO!.

Sia K il sottoinsieme limitato di $\mathbf{R}^2$ delimitato dall'asse delle x e dalla curva

$$\gamma(t) = t\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j},\ t \in [0,\pi] \tag{1}$$

PRIMA PROVA [8]
Calcolare l'area di K
SECONDA PROVA [7]
Si calcoli

$$\int_{\Gamma^+} \frac{x}{(1+y)^2 + x^2}\,dx + \left[\frac{(1+y)}{(1+y)^2 + x^2} + 1\right] dy$$

ove Γ^+ è il supporto della curva $\gamma(t)$ definita dalla (1) orientata nel senso delle t crescenti
TERZA PROVA
Si consideri l'insieme

$$\mathcal{M} = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbf{R}^4 \mid x^2 + y^2 = 1;\ z^2 + t^2 = 1\right\}$$

con $\mathbf{R}^4$ munito della usuale struttura euclidea.

- (i)[3] Verificare che $\mathcal{M}$ è una varietà e determinare la sua dimensione.
- (ii)[3] Trovare una base ortonormale del fibrato normale di $\mathcal{M}$.
- (iii)[3] Trovare una base ortonormale del fibrato tangente di $\mathcal{M}$.
- (iv)[3] Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da

  $$f(x,y,z,t) = x + t$$

  e si determini l'insieme dei suoi punti critici.
- (v)[3] Si determini l'insieme dei punti critici di f ristretta ad $\mathcal{M}$.
- (vi)[3] Si determini, se esiste, il valore massimo di f ristretta ad $\mathcal{M}$.