Corso di Laurea in Informatica	Analisi Matematica	Appello straordinario 02 aprile 2020

1. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = |x^3 - 10x^2| + 7x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è

▶ (a) $y = 24x - 8$ (b) $y = 16$ (c) $y = 24x + 16$ (d) $y = 16x - 16$

2. La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\log\left(\cos x + x^3 \sin\frac{1}{x}\right) & \text{se } x > 0 \\ -x^3 - 4x^2 + 4x & \text{se } x \leq 0, \end{cases}$ in $x = 0$

(a) ha un punto di cuspide ▶ (b) ha un punto angoloso
(c) è derivabile (d) non è continua

3. La derivata della funzione $f(x) = \dfrac{e^{x^2}}{x^x}$ è

▶ (a) $\dfrac{e^{x^2}}{x^x}(2x - \log x - 1)$ (b) $\dfrac{2e^{x^2}}{x^{x-1}}(\log x + 1)$ (c) $\dfrac{e^{x^2}x^x - e^{x^2}x^{x-1}}{x^{2x}}$ (d) $\dfrac{e^{x^2}}{x^{x-1}}$

4. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}} =$

(a) $\dfrac{4}{e^2}$ (b) $+\infty$ (c) 1 ▶ (d) 0

5. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(\log n)^{(\log n)\arctan n}}{n^{\log n}} =$

(a) 1 ▶ (b) 0 (c) $+\infty$ (d) $e^{\frac{\pi}{2}}$

6. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt[4]{n^8 + n^4} - \sqrt[4]{n^8 - 2n^4}\right) =$

(a) $-\infty$ (b) 0 ▶ (c) $\dfrac{3}{4}$ (d) $+\infty$

7. $\displaystyle\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} \frac{\tan x}{\cos x}\, dx =$

▶ (a) $\sqrt{2} - 1$ (b) $1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $-\dfrac{6 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (d) $-\sqrt{2}$

8. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \int_0^{\log x} te^t\, dt =$

(a) $\dfrac{1}{e}$ (b) 0 (c) $-\infty$ ▶ (d) 1

9. Siano $y(x)$ e $z(x)$ le soluzioni dei problemi di Cauchy $\begin{cases} y' = x^3 e^y \\ y(-1) = 3, \end{cases}$ $\begin{cases} z' = x^3 e^z \\ z(-1) = -4. \end{cases}$ Allora $(yz)'(-1) =$

(a) $\dfrac{1}{e}$ (b) $4e$ ▶ (c) $4e^3 - \dfrac{3}{e^4}$ (d) -12

10. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 7y' + 12y = 0 \\ y(1) = 4 \\ y'(1) = 3. \end{cases}$ Allora $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x) =$

(a) $-\infty$ (b) $+\infty$ ▶ (c) 0 (d) non esiste

11. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x\log x} + \log^2 x \\ y(e) = \pi. \end{cases}$$

$\boxed{y(x) = \log x(x\log x - x + \pi)}$

12. Calcolare

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos x}{3 + 2\sin x - \cos^2 x}\, dx.$$

$\boxed{\dfrac{\pi}{4}}$