

Analisi Matematica II

Pisa, 24 settembre 2014

Domanda 1 Si consideri la curva $r(t) = \begin{pmatrix} e^t \cos t \\ e^t \sin t \\ e^t \end{pmatrix}$, $t \in [-2, 2]$. Determinare il punto dove la retta tangente

tracciata nel punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ interseca il piano $\{z = 0\}$.

- A) $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A

Domanda 2 La funzione $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

- A) non ha né massimo né minimo B) ha massimo ma non ha minimo
C) ha sia massimo che minimo D) ha minimo ma non ha massimo

C

Domanda 3 Si consideri la funzione $f(x, y, z) = x + y - z$ sul dominio $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 1\}$.

- A) $\max(f) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\min(f) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\max(f) = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\min(f) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$
C) $\max(f) = \sqrt{\frac{5}{2}}$, $\min(f) = -\sqrt{\frac{5}{2}}$ D) f non ha né massimo né minimo

C

Domanda 4 Calcolare $\int_T y^2 e^{xy} dx dy$ dove T è il triangolo di vertici $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- A) $\frac{e^6 - 9}{2}$ B) $\frac{e^{4/5} - 9}{2}$ C) $\frac{e^9 - 1}{2}$ D) $\frac{e^9 - 10}{2}$

D

Analisi Matematica II

Pisa, 24 settembre 2014

Domanda 1 Sia $F(x, y, z) : \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo definito da $F(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2} + y \\ \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2} \\ \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2} \end{pmatrix}$. Calcolare il valore assoluto del lavoro compiuto dal campo F lungo la curva S descritta da

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = 0\}$$

percorsa una sola volta.

- A) π B) 0 C) 2 D) 2π

D

Domanda 2 Calcolare l'integrale superficiale $\int_{\Sigma} x^2 + y^2 d\sigma$ dove Σ è la superficie laterale del cono avente per base

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = 0\} \text{ e vertice in } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{\pi\sqrt{5}}{2}$

D

Domanda 3 Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da $F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ x \\ 3 \end{pmatrix}$ e

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Calcolare il flusso di F attraverso la superficie Σ orientata verso l'alto.

- A) 2π B) $\frac{5\pi}{2}$ C) $12\pi - 8$ D) 4π

D

Domanda 4 Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{2y}{x} + \frac{1}{x^2} \\ y(-1) = 3. \end{cases}$$

Calcolare $y(-2)$.

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{e^3}{2}$

C