

Analisi Matematica II

Pisa, 26 novembre 2013

Domanda 1 Determinare una direzione tangente (vettore di modulo 1) alla curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ 2 \sin t \\ 3t \end{pmatrix}$ nel punto

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ \frac{9\pi}{2} \end{pmatrix}$$

Soluzione

$$\pm \frac{1}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Domanda 2 Determinare e classificare (determinando se sono di massimo locale, di minimo locale o di sella) tutti i punti stazionari della funzione

$$f(x, y, z) = yz + y^2x - y^2 - z - x^2.$$

Soluzione

$$P = \left(\frac{1}{2}, 1, 1\right) \text{ punto di sella.}$$

Domanda 3 Calcolare il valore massimo e il valore minimo assunti da

$$f(x, y) = \frac{x - y}{1 + x^2 + y^2}$$

sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$.

Soluzione

$$\text{massimo} = \frac{1}{2} \quad \text{minimo} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Domanda 4 Calcolare $\iint_D \frac{\sin^2 x}{x} dx dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, y \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$.

Soluzione

$$\frac{\pi}{4}.$$

Domanda 5 Calcolare $\iint_D y dx dy$ dove D è il dominio contenuto nel semipiano $y \geq 0$ delimitato dalla curva espressa in coordinate polari dall'equazione $r = 1 + \cos \theta$.

Soluzione

$$\frac{4}{3}.$$

Analisi Matematica II

Pisa, 26 novembre 2013

Domanda 1 Determinare una direzione tangente (vettore di modulo 1) alla curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 3 \sin t \\ -\cos t \\ 2t \end{pmatrix}$ nel punto

$$P = \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$

Soluzione

$$\pm \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{6} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Domanda 2 Determinare e classificare (determinando se sono di massimo locale, di minimo locale o di sella) tutti i punti stazionari della funzione

$$f(x, y, z) = 2yz + y^2x - y^2 - 2z - x^2.$$

Soluzione

$$P = \left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right) \text{ punto di sella.}$$

Domanda 3 Calcolare il valore massimo e il valore minimo assunti da

$$f(x, y) = \frac{5x - 5y}{1 + 4x^2 + 4y^2}$$

sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

Soluzione

$$\text{massimo} = \frac{5}{4} \quad \text{minimo} = -\frac{5}{2\sqrt{2}}.$$

Domanda 4 Calcolare $\iint_D \frac{\cos^2 x}{x} dx dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \pi, y \leq x \leq \pi\}$.

Soluzione

$$\frac{\pi}{2}.$$

Domanda 5 Calcolare $\iint_D y dx dy$ dove D è il dominio contenuto nel primo quadrante delimitato dalla curva espressa in coordinate polari dall'equazione $r = 2 + \cos \theta$.

Soluzione

$$\frac{65}{12}.$$

Analisi Matematica II

Pisa, 26 novembre 2013

Domanda 1 Determinare una direzione tangente (vettore di modulo 1) alla curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{2} \\ -\sin t \\ \cos(2t) \end{pmatrix}$ nel punto

$$P = \begin{pmatrix} \frac{3}{8}\pi \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soluzione

$$\pm \frac{1}{\sqrt{19}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 4 \end{pmatrix}$$

Domanda 2 Determinare e classificare (determinando se sono di massimo locale, di minimo locale o di sella) tutti i punti stazionari della funzione

$$f(x, y, z) = 2yz + 4y^2x - 4y^2 - z - x^2.$$

Soluzione

$$P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right) \text{ punto di sella.}$$

Domanda 3 Calcolare il valore massimo e il valore minimo assunti da

$$f(x, y) = \frac{2x - 2y}{1 + x^2 + y^2}$$

sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

Soluzione

$$\text{massimo} = 1 \quad \text{minimo} = -\sqrt{2}.$$

Domanda 4 Calcolare $\iint_D \frac{\cos^2(2x)}{3x} dx dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \pi, y \leq x \leq \pi\}$.

Soluzione

$$\frac{\pi}{6}.$$

Domanda 5 Calcolare $\iint_D y dx dy$ dove D è il dominio contenuto nel primo quadrante delimitato dalla curva espressa in coordinate polari dall'equazione $r = \cos \theta$.

Soluzione

$$\frac{1}{12}.$$

Analisi Matematica II

Pisa, 26 novembre 2013

Domanda 1 Determinare una direzione tangente (vettore di modulo 1) alla curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \sin(2t) \\ 4t \\ \cos t \end{pmatrix}$ nel punto

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soluzione

$$\pm \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Domanda 2 Determinare e classificare (determinando se sono di massimo locale, di minimo locale o di sella) tutti i punti stazionari della funzione

$$f(x, y, z) = 2yz + 12y^2x - 4y^2 - z - 9x^2.$$

Soluzione

$$P = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, 1\right) \text{ punto di sella.}$$

Domanda 3 Calcolare il valore massimo e il valore minimo assunti da

$$f(x, y) = \frac{x - y}{2 + x^2 + y^2}$$

sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$.

Soluzione

$$\text{massimo} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \text{minimo} = -\frac{1}{2}.$$

Domanda 4 Calcolare $\iint_D \frac{\sin^2(3x)}{2x} dx dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, y \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$.

Soluzione

$$\frac{\pi}{8}.$$

Domanda 5 Calcolare $\iint_D y dx dy$ dove D è il dominio contenuto nel semipiano $y \geq 0$ delimitato dalla curva espressa in coordinate polari dall'equazione $r = 2 + \cos \theta$.

Soluzione

$$\frac{20}{3}.$$