

Domanda 7 Trovare l'intervallo massimale di definizione della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{\sin x} = \cos(3x) \\ y(4) = 2. \end{cases}$$

$$(\pi, 2\pi)$$

Domanda 8 Trovare la soluzione (in forma implicita) della seguente equazione differenziale:

$$\frac{4x^3}{1+x^4+y^2} dx + \left(\frac{2y}{1+x^4+y^2} + 2 \right) dy = 0$$

$$\log(1+x^4+y^2) + 2y = \log(1+e^2) + 2e$$

con la condizione iniziale $y(0) = e$.

Domanda 9 Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = -\frac{x}{y} \\ y(2) = 8. \end{cases}$

$$y = \sqrt{68 - x^2}$$

Domanda 10 Trovare l'insieme di convergenza assoluta della serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^3 + 1) |2x|^n.$$

$$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

Analisi Matematica II

Pisa, 16 maggio 2001

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Rispondere alle seguenti domande inserendo solo il risultato nel riquadro. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -2 punti, ogni risposta mancante vale 0 punti.

Domanda 1 Calcolare l'integrale $\int_D x + 3y \, dx \, dy$ dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -x\}.$$

$-\frac{32}{3}\sqrt{2}$

Domanda 2 Calcolare $\int_D 2y \, dx \, dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq -1, y^2 + x \leq 1, x \geq -2\}$.

-2

Domanda 3 Trovare l'insieme di convergenza puntuale della successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt[6]{\log(3x)} (\log(4x))^n.$$

$\left[\frac{1}{3}, \frac{e}{4}\right)$

Domanda 4 Trovare l'insieme di convergenza puntuale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3}{n^3} (\arctan(3x))^n.$$

$\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right)$
--

Domanda 5 Dire se la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n}$ converge uniformemente sul suo insieme

di convergenza puntuale.

SI

Domanda 6 Trovare la misura del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 + y^2 + 6x - 2y + 9 \leq 1, x \geq -3, y \leq 1\}.$$

$\frac{\pi}{2}$

Domanda 7 Trovare l'intervallo massimale di definizione della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2y}{\cos x} = \sin^2 x \\ y(7) = 3. \end{cases}$$

$$(2\pi, 3\pi)$$

Domanda 8 Trovare la soluzione (in forma implicita) della seguente equazione differenziale:

$$\frac{2e^{2x}}{e^{2x} + y^4} dx + \left(\frac{4y^3}{e^{2x} + y^4} - 3 \right) dy = 0$$

$$\log(e^{2x} + y^4) - 3y = \log(e^{2e} + 16) - 6$$

con la condizione iniziale $y(e) = 2$.

Domanda 9 Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = -\frac{2x}{y} \\ y(1) = 2. \end{cases}$

$$y = \sqrt{6 - 2x^2}$$

Domanda 10 Trovare l'insieme di convergenza assoluta della serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 2) \left(\frac{x}{3} \right)^n.$$

$$(-3, 3)$$