

Domanda 7 Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} u' = 4u + v \\ v' = -4u - v \end{cases}$$

$$u = c_1 + c_2 e^{3t}, \quad v = -4c_1 - c_2 e^{3t}$$

Domanda 8 Calcolare la lunghezza della seguente curva:

$$\begin{cases} x(t) = e^t \cos t \\ y(t) = e^t \sin t \\ z(t) = e^t \end{cases} \quad t \in [-\pi, 2].$$

$$\sqrt{3}(e^2 - e^{-\pi})$$

Domanda 9 Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva

$$\begin{cases} x(t) = 4(\cos t + t \sin t) \\ y(t) = 4(\sin t - t \cos t) \end{cases} \text{ nel punto corrispondente a } t = \frac{\pi}{2}.$$

$$x = 2\pi$$

Domanda 10 Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = (xz - y) dx + (x + \cos y) dy + (y^5 - 5xz) dz$$

sulla curva γ data dall'intersezione fra la sfera $\{x^2 + y^2 + z^2 = 25\}$ e il piano $\{z = 4\}$, con

un'orientazione a scelta.

$$\pm 18\pi$$

Domanda 7 Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} u' = 2u + 4v \\ v' = -2u - 4v \end{cases}$$

$$u = c_1 + c_2 e^{-2t}, \quad v = -\frac{c_1}{2} - c_2 e^{-2t}$$

Domanda 8 Calcolare la lunghezza della seguente curva:

$$\begin{cases} x(t) = 2e^t \sin t \\ y(t) = e^t \\ z(t) = 2e^t \cos t \end{cases} \quad t \in [-1, \pi].$$

$$3 \left(e^\pi - \frac{1}{e} \right)$$

Domanda 9 Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva

$$\begin{cases} x(t) = 3(t \cos t - \sin t) \\ y(t) = 3(t \sin t + \cos t) \end{cases} \text{ nel punto corrispondente a } t = \frac{3}{2}\pi.$$

$$y = -\frac{9}{2}\pi$$

Domanda 10 Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = (y^3 - z + xz) dx + (x^7 + \tan y) dy + (\sin z + x) dz$$

sulla curva γ data dall'intersezione fra la sfera $\{x^2 + y^2 + z^2 = 25\}$ e il piano $\{y = 3\}$, con

un'orientazione a scelta.

$$\pm 64\pi$$