Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale e Nucleare

Analisi Matematica II

Pisa, 4 Settembre 2000

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

Esercizio 1.A Sia ω una forma differenziale lineare di due variabili e γ una curva nel piano. Dire cosa significa e sotto quali ipotesi su γ e ω ha senso l'integrale: $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

Esercizio 2.A

a) Dare la defnizione di successione di funzioni convergente uniformemente.

b) Enunciare il teorema dello scambio delle operazioni di derivazione e di passaggio al limite per una successione di funzioni.

Esercizio 3.A Sia $y' = \dfrac{x^4(y-1)}{x^2+y^2+1}$.

a) Dire se valgono le ipotesi del teorema di Cauchy nel punto $A = (0,0)$.

b) Dire se valgono le ipotesi del teorema di Cauchy nel punto $B = (2,1)$.

c) Tracciare nel piano cartesiano le zone di crescenza e di decrescenza delle soluzioni.

Esercizio 4.A Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2\sqrt[3]{y-1}}{x^2+(y-1)^2} & \text{per } (x,y) \neq (0,1) \\ 0 & \text{per } (x,y) = (0,1). \end{cases}$$

Dire se f è continua.

Esercizio 5.A Sia $g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ così definita:

$$(x,y,z) \longrightarrow \left(\sin(x+y+z),\ e^{x^2+y^2}\right).$$

Scrivere la matrice jacobiana di f.

Esercizio 6.A Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x,y) = e^x \cos y\, dx - e^x \sin y\, dy.$$

a) Trovare l'insieme di definizione di ω

b) Dire dove ω è esatta.

c) Scrivere il potenziale di ω.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale e Nucleare

Analisi Matematica II

Pisa, 4 Settembre 2000

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.B Si consideri l'equazione differenziale: $xy'' + y' = 2$.

a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione.

b) Trovare la soluzione e il suo intervallo massimale di esistenza nel caso $y(-e) = 1,\ y'(-e) = 1$.

c) Trovare la soluzione e il suo intervallo massimale di esistenza nel caso $y(1) = 3,\ y'(1) = 2$.

Esercizio 2.B Calcolare l'integrale

$$\int_T |x - 3y|\, dx\, dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq x \leq 2\}$.

Esercizio 3.B Sia $f(x, y) = e^{\frac{3x^4+y^2}{x^2 y}}$.

a) Trovare i punti stazionari di f.

b) Dimostrare che i punti trovati in a) sono di massimo relativo se $y < 0$ e di minimo relativo se $y > 0$.

c) Trovare estremo superiore e inferiore di f.