Corso di Studi – Ingegneria Aerospaziale
Analisi Matematica II
Prova scritta del 16.5.2000

Esercizio 1.1 Sia F il campo definito da:

$$F(x,y) = \left(y^2 + y\cos(xy) + \frac{1}{x}, 2xy + x\cos(xy) \right).$$

a) Dire se F ammette potenziale e specificare su quale insieme.
b) Calcolare il potenziale di F che nel punto $(-1, \pi)$ vale 1.

Esercizio 2.1 Determinare gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{n(x+1)}}{n^2} \quad .$$

Esercizio 3.1 Si consideri l'equazione differenziale $y' = \dfrac{e^y}{yx^2}$.

a) Dire per quali valori iniziali (x_0, y_0) sono verificate le ipotesi del teorema di esistenza e unicità.
b) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale (in forma implicita).
c) Studiare la crescenza o decrescenza delle soluzioni.
d) Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione nel caso della condizione iniziale $y\left(\frac{e}{2}\right) = 1$ (si consiglia di ricavare x in funzione di y e di trovare l'intervallo di invertibilità della funzione ottenuta).

Corso di Studi – Ingegneria Aerospaziale
Analisi Matematica II
Prova scritta del 16.5.2000

Esercizio 1.2 Sia F il campo definito da:

$$F(x,y) = \left(2xy - y\sin(xy), x^2 - x\sin(xy) + \frac{2}{y}\right).$$

a) Dire se F ammette potenziale e specificare su quale insieme.
b) Calcolare il potenziale di F che nel punto $\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$ vale 2.

Esercizio 2.2 Determinare gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{n(x-2)}}{n^3} \quad .$$

Esercizio 3.2 Si consideri l'equazione differenziale $y' = \dfrac{e^{-y}}{yx^2}$.

a) Dire per quali valori iniziali (x_0, y_0) sono verificate le ipotesi del teorema di esistenza e unicità.
b) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale (in forma implicita).
c) Studiare la crescenza o decrescenza delle soluzioni.
d) Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione nel caso della condizione iniziale $y\left(\dfrac{e^2}{3}\right) = -2$ (si consiglia di ricavare x in funzione di y e di trovare l'intervallo di invertibilità della funzione ottenuta).