Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale e Nucleare

Analisi Matematica II

Pisa, 14 Febbraio 2000

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.A Si consideri la successione di funzioni $f_n(x) = \dfrac{nx}{2+n^2x^2}$. Trovare l'insieme di convergenza puntuale, la funzione limite e dire se la convergenza è anche uniforme.

Esercizio 2.A Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 3y = x$$

Esercizio 3.A Determinare e disegnare l'insieme di definizione della funzione

$$u(x,y) = \sqrt{\log(y^2 - 3x)}.$$

Esercizio 4.A Data la funzione $f(x,y) = \log(x^2+y^2) + \arctan\dfrac{y}{x}$, calcolare $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

Esercizio 5.A Dare la definizione di convergenza puntuale e uniforme per una successione di funzioni.

Esercizio 6.A Sia $\phi : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e sia $y(x)$ una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = \phi(x)y(x)$. Dimostrare che se esiste un punto dell'intervallo $[a,b]$ dove y si annulla, allora y è identicamente nulla.

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Pisa 14 Febbraio 2000

Esercizio 1.B Trovare l'equazione della retta normale alla curva $x^4 - 4y^2(2 - x^2) = 0$ nel punto di coordinate $\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

Esercizio 2.B Calcolare l'area dell'insieme racchiuso dalla curva espressa in coordinate polari dall'equazione $\rho^2 = \sin^2(2\theta), \quad \theta \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 3.B

a) Trovare il baricentro del triangolo T di vertici $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ e densità $\rho(x, y) = e^{\lambda y}$ dove λ è un numero reale fissato diverso da 0.

b) Determinare verso quale punto tende il baricentro quando λ tende a 0.