

Corso di Studi – Ingegneria Aerospaziale
Analisi Matematica II
Prova scritta del 14.12.1999

Esercizio 1.1 Sia $f(x, y) = xy(2x + y - 2)$.

- Trovare i punti di massimo e minimo relativo per f in \mathbb{R}^2 .
- Trovare il massimo e il minimo assoluto di f sul triangolo che ha vertici nei punti $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 2)$.
- Dire se f ha massimo e minimo assoluto su \mathbb{R}^2 .
- Dire in quali punti dell'insieme $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy(2x + y - 2) = 0\}$ sono verificate le ipotesi del teorema del Dini.
- Dire in quali punti dell'insieme $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy(2x + y - 2) = 1\}$ sono verificate le ipotesi del teorema del Dini.

Esercizio 2.1 Calcolare l'integrale $\int_D |y - x^3| dx dy$ sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}.$$

Esercizio 3.1 Sia $n \in \mathbb{N}$ un numero fissato.

- Calcolare la lunghezza $\int_{\gamma_n} ds$ dove γ_n è la curva

$$\gamma_n(t) = (e^{-5t+2} \cos t, e^{-5t+2} \sin t), \quad 0 \leq t \leq n\pi.$$

- Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\gamma_n} ds$.

Corso di Studi – Ingegneria Aerospaziale
Analisi Matematica II
Prova scritta del 14.12.1999

Esercizio 1.2 Sia $f(x, y) = xy(x + 2y - 2)$.

- Trovare i punti di massimo e minimo relativo per f in \mathbb{R}^2 .
- Trovare il massimo e il minimo assoluto di f sul triangolo che ha vertici nei punti $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$.
- Dire se f ha massimo e minimo assoluto su \mathbb{R}^2 .
- Dire in quali punti dell'insieme $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy(2x + y - 2) = 0\}$ sono verificate le ipotesi del teorema del Dini.
- Dire in quali punti dell'insieme $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy(2x + y - 2) = 3\}$ sono verificate le ipotesi del teorema del Dini.

Esercizio 2.2 Calcolare l'integrale $\int_D |y^3 - x| dx dy$ sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}.$$

Esercizio 3.2 Sia $n \in \mathbb{N}$ un numero fissato.

- Calcolare la lunghezza $\int_{\gamma_n} ds$ dove γ_n è la curva

$$\gamma_n(t) = (e^{-7t+3} \cos t, e^{-7t+3} \sin t), \quad 0 \leq t \leq n\pi.$$

- Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\gamma_n} ds$.