

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Compito di Analisi Matematica II – Corso A**

3 settembre 1996

**Esercizio 1.**

Sia  $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin(x - y)$ .

- (a) Dire se esiste  $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$  ed in caso affermativo calcolarlo.
- (b) Trovare tutti i punti stazionari di  $f$ .
- (c) Trovare massimo e minimo assoluti di  $f$  sull'insieme:

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x + \frac{\pi}{4}, x \leq 0, \right\}.$$

**Esercizio 2.**

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2ue^{u^2} u'(1 - t^2)^2 - 2t = 0 \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Specificare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Esercizio 3 (solo per gli studenti di Scienze dell'Informazione).**

Sia  $(f_n)$  la successione di funzioni  $f_n : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f_n(x) = \frac{x}{n} e^{-\frac{x^2}{2n^2}}.$$

- (a) Calcolare il limite puntuale di  $f_n$ .
- (b) Trovare l'insieme di convergenza uniforme di  $(f_n)$ .

(c) Trovare l'insieme di convergenza puntuale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x).$$

**Esercizio 4 (solo per gli studenti di Informatica).**

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$u'' - 4u' + 4u = 3te^{2t}.$$