Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica II – Corso A

9 Luglio 1996

Esercizio 1.

Sia $f(x,y) = \sqrt{y \sin x}$.

a) Trovare il campo di esistenza di f.

b) Trovare massimi e minimi relativi e assoluti (oppure estremo superiore e estremo inferiore) di f nel suo campo di esistenza.

c) Studiare le curve di livello di f.

d) Trovare massimo e minimo assoluti di f sull'insieme

$$A = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi,\ 1 \leq y \leq 2 \right\}.$$

Esercizio 2.

Sia $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos^3 t \\ \sin^3 t \end{pmatrix}.$$

a) Determinare un punto P di γ tale che la tangente a γ in P sia parallela al segmento di retta che congiunge i punti estremi di γ.

b) Calcolare la lunghezza di γ.

Esercizio 3 (solo per gli studenti di Scienze dell'Informazione).

Calcolare l'integrale

$$\iint_C \frac{x^3 + y^3 - 3xy(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\, dx\, dy$$

dove $C = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}$.

Esercizio 4 (solo per gli studenti di informatica)

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} ue^{2t} - (1 + e^{2t})u' = 0 \\ u(0) = 1. \end{cases}$$