

Corso di Laurea in Informatica
Compito di Analisi Matematica II – Corso A

25 Giugno 1996

Esercizio 1.

Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 4).$$

- a) Trovare massimi e minimi relativi di f .
- b) Trovare estremo superiore e estremo inferiore di f .
- c) Trovare massimi e minimi assoluti su $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, |y| \leq x\}$.

Esercizio 2.

Sia $\gamma : [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} t - 2 \sin t \\ 1 - 2 \cos t \end{pmatrix}.$$

- a) Dimostrare che la curva si autointerseca in un punto $\gamma(t^*)$ con $\frac{\pi}{2} < t^* < 2$.
- b) dimostrare che $\gamma(t^*)$ è l'unico punto di autointersezione della curva.
- c) Trovare le intersezioni di γ con la retta $y = 0$ e tracciare il grafico di γ .

Esercizio 3 (solo per gli studenti di Scienze dell'Informazione).

Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Calcolare $\iint_C x^2 y^2 dx dy$.

Esercizio 4 (solo per gli studenti di informatica)

Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (1 + u^2)t + (1 + t^2)u' = 0 \\ u(0) = 1. \end{cases}$$