Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Corso di Matematica I – Informazioni

- **Capi**. Gli studenti sono invitati a nominare subito due *capicorso*, che dovranno fungere da tramite tra il docente e gli altri studenti. In particolare, saranno le uniche due persone autorizzate a parlare di *burocrazia* con il docente.

- **Ricevimento studenti**. L'orario di ricevimento *ordinario* verrà comunicato appena possibile e sarà valido per le 12 settimane del corso.

  Eventuali ricevimenti *straordinari* (durante e dopo il corso) potranno essere concordati su appuntamento.

- **Correzione compiti**. Durante le 12 settimane del corso è possibile consegnare al docente lo svolgimento scritto di esercizi (anche sparsi) provenienti da compiti scritti degli anni precedenti. Se gli elaborati saranno preparati con cura (scrittura leggibile, argomentazioni spiegate bene, un solo esercizio per pagina, ...) verranno corretti (come se si trattasse di un compito d'esame vero e proprio) in un tempo ragionevole e restituiti all'autore. Questa attività permette di avere una valutazione ufficiosa della propria preparazione molto prima che inizi il periodo degli esami.

  Ovviamente successi e insuccessi in queste prove non influiranno sul voto finale, il quale dipenderà esclusivamente dalle prove d'esame.

- **Esercitazioni scritte**. Durante il corso potranno, su richiesta degli studenti, essere organizzate delle esercitazioni scritte, senza "valore fiscale", da svolgersi *al di fuori* del normale orario. NON verranno invece effettuate verifiche in itinere (compitini) che esonerino da parte delle prove d'esame.

- **Esami**. Gli esami verranno effettuati secondo le modalità spiegate dettagliatamente a parte (una copia delle regole d'esame si trova nella pagina web del docente). *Si raccomanda di non fidarsi di nessuna informazione relativa alle date d'esame (anche se appesa alla bacheca ufficiale) se non confermata dal docente, direttamente o tramite la pagina web.* Si raccomanda di prenotarsi agli esami mediante l'apposito sito `http://servizi.ing.unipi.it`, che permette anche di essere informati di eventuali variazioni.

- **Internet**. Dalla pagina web del docente (facilmente raggiungibile cercando "Massimo Gobbino" con qualunque motore di ricerca) si accede ad un Archivio Didattico e ad un Forum destinato agli studenti. Tutti gli studenti sono invitati a registrarsi ed a seguire regolarmente ed attivamente il Forum.

- **OFA**. Gli studenti gravati di OFA possono (come qualunque altro cittadino) seguire il corso. Tuttavia mi sento di sconsigliarli fortemente: finirebbero per non riuscire a seguire (nessuno studente con OFA ha superato l'esame nei primi tre appelli dell'anno appena concluso) e non avrebbero tempo per recuperare le conoscenze di base che a loro mancano, con alte probabilità di non superare nemmeno i test di dicembre e gennaio. Consiglio quindi agli studenti gravati di OFA di seguire il percorso loro dedicato: corso di Matematica 0 al primo semestre e corso apposito di Matematica I al secondo semestre. Per maggiori dettagli, si veda il sito internet di Facoltà (`http://www.ing.unipi.it`).

Materiale didattico specifico per il corso

[1] M. Ghisi, M. Gobbino; *Schede di Analisi Matematica*; (Versione 2004) SEU.

[2] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi di Analisi Matematica* (Versione 2006); SEU.

[3] M. Ghisi, M. Gobbino; *Prove d'esame di Analisi Matematica* (Versione 2007); SEU.
Questo testo contiene prove d'esame assegnate in vari corsi di laurea, ma tutte perfettamente compatibili con il programma di questo corso. Si raccomanda quindi agli studenti di non limitarsi a svolgere quelle in cui compare la parola "Telecomunicazioni".

Per comodità si ricordano i dati dell'editore:

- SEU (Servizio Editoriale Universitario);
- via Curtatone e Montanara 6, Pisa;
- tel. 050-540120;
- orario: dal lunedì al venerdì dalle 8:30 alle 13:00, martedì e giovedì dalle 15:00 alle 17:00.

Nei limiti del possibile i *video delle lezioni* saranno resi disponibili dalla pagina web del docente.

Altri testi consigliati

Il materiale didattico specifico per il corso, unito agli eventuali appunti presi a lezione, dovrebbe essere più che sufficiente per raggiungere un'ottima preparazione in questa materia, ovviamente rapportata all'elevata compressione del corso che non permette di trattare molti degli argomenti con la dovuta profondità.

Tuttavia, per una preparazione autodidatta o per ulteriori approfondimenti, si segnalano anche i seguenti testi (gli interessati possono contattare un docente per essere consigliati nella scelta, a seconda delle loro esigenze):

- E. Acerbi, G. Buttazzo; *Primo corso di Analisi Matematica*; Pitagora editrice.
- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Matematica – Calcolo infinitesimale e algebra lineare*; Zanichelli.
- F. Conti; *Calcolo*; McGraw-Hill (non so se è ancora in vendita, o se è stato definitivamente sostituito da una sua versione ridotta, intitolata *Analisi Matematica – Teoria e applicazioni* di F. Conti, P. Acquistapace, A. Savojni).
- S. Francaviglia; *Lezioni di Matematica esposte in lingua volgare*, Tipografia Editrice Pisana.
- E. Callegari; *Quesiti di Analisi Matematica per la preparazione automatizzata alle prove scritte* (seconda edizione), Aracne.

Corso di Matematica I – Regole d'esame

L'esame – Regole generali

- Gli esami verranno effettuati secondo le direttive indicate nel *Regolamento Didattico di Ateneo* (reperibile anche dalle pagine web dell'Università di Pisa).

- Per passare l'esame saranno disponibili *sette e solo sette* appelli (orientativamente: 3 appelli in gennaio/febbraio, 3 in giugno/luglio, 1 in settembre), le cui date vengono fissate dalla Facoltà (non dal docente) ed affisse con "congruo" anticipo nelle apposite bacheche ed in internet. Eventuali variazioni di tali date verranno comunicate con appositi avvisi sul Forum Studenti o nella pagina web del docente. Si raccomanda di *non fidarsi di alcuna informazione relativa alle date d'esame se non confermata dal docente* (direttamente o tramite web).

- È buona norma presentarsi agli esami senza il telefono cellulare ed altri strumenti di comunicazione. Se uno non può farne a meno, anche solo per poche ore, questi andranno lasciati *spenti e fuori portata* (ad esempio nello zaino).

- Ad ogni prova lo studente dovrà presentarsi munito del libretto universitario o del tesserino *con la fotografia*, e di un valido documento di riconoscimento con fotografia. Tali documenti dovranno essere tenuti ben visibili sul tavolo in modo da essere controllabili *in ogni momento*.

- Ogni appello comprenderà *tre prove*: un test, una prova scritta, una prova orale.

- La data comunicata è quella del test; la prova scritta si effettuerà subito dopo il test (dopo una breve pausa); la data della prova orale verrà comunicata durante la prova scritta (orientativamente: da 0 a 2 giorni dopo la prova scritta). In caso di grande affollamento, ai primi appelli il test potrà essere effettuato "a turni", e di conseguenza la prova scritta potrebbe non seguire immediatamente.

- Lo studente che intenda partecipare ad un dato appello dovrà iscriversi con *sufficiente anticipo* al sito `http://servizi.ing.unipi.it`, compilando l'apposito modulo, nel quale sono indicate anche tutte le informazioni aggiornate (data, ora, luogo). Si consiglia di lasciare il proprio e-mail al momento dell'iscrizione: in questo modo il sistema informerà direttamente l'interessato di ogni successiva variazione.

- Ogni studente può sostenere il test a tutti i sette appelli. All'interno di ogni singolo appello, *l'accesso ad ogni prova successiva dipenderà dall'esito della prova precedente*.

- Per il superamento dell'esame tutte le varie prove dovranno essere sostenute *nello stesso appello*. Il voto finale dell'esame dipenderà dall'esito delle tre prove sostenute in quell'appello.

- Uno studente può ritirarsi dall'esame in qualunque momento, ma ovviamente agli appelli successivi dovrà ripartire dal test.

Prove d'esame: il test

- Il test comprende 16 domande, di cui alcune a risposta chiusa (vero/falso), alcune a risposta numerica (tipo calcolare limiti, estremi inferiori/superiori, massimi/minimi): in questo caso la risposta può essere un numero reale (e allora bisogna specificare quale), oppure può essere $+\infty$, $-\infty$, o "N.E." (non esiste).

- Per l'assegnazione del punteggio ogni risposta giusta vale 2 punti, ogni risposta mancante vale 0 punti, ogni risposta sbagliata (o incomprensibile, o doppia) vale -2 punti.

- Il tempo a disposizione è di 30 minuti.

- Durante i 30 minuti NON è consentito lasciare l'aula o fare domande.

- NON è consentito l'uso di strumenti di calcolo, di comunicazione, di libri e appunti.

- È consentito l'uso di fogli di carta propria, purché non scritti e non facenti parte di quaderni o simili. Si consiglia di pre-compilare il test in brutta, onde evitare in bella risposte doppie o incomprensibili.

- Al termine dei 30 minuti lo studente consegna solo il test compilato a penna.

- L'unica cosa che conta ai fini del punteggio sono le risposte segnate sul test: non viene richiesta alcuna giustificazione dei passaggi eseguiti.

- Prima di consegnare (diciamo al minuto 28) ogni studente deve appuntarsi le risposte che ha dato, in modo da essere in grado di calcolare il punteggio che ha ottenuto non appena le risposte giuste vengono comunicate.

Prove d'esame: la prova scritta

- La prova scritta comprende un certo numero di problemi, da risolvere nel tempo assegnato (orientativamente 3 ore per 4 problemi, eventualmente suddivisi in più domande).

- È consentito l'uso di libri e appunti, che però non possono essere scambiati.

- Non è consentito l'uso di strumenti di calcolo sofisticati o di comunicazione. È consentito l'uso di una calcolatrice non grafica e non programmabile, comunque inutile.

- È consentito fare domande unicamente sul testo, possibilmente durante i primi 30 minuti.

- È consentito l'uso di fogli di carta propria per la sola brutta copia; per la bella copia utilizzare unicamente i fogli forniti.

- Nella bella copia vanno riportate le soluzioni degli esercizi proposti (ogni esercizio deve iniziare in una pagina diversa), giustificando adeguatamente ogni passaggio. Il punteggio ottenuto nella prova scritta dipenderà dalla *chiarezza* e dalla *completezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato (anche corretto) non ha alcun valore.

- In qualunque momento è consentito ritirarsi dalla prova scritta senza consegnare l'elaborato. In caso di consegna o abbandono prima dello scadere del tempo assegnato, il testo va sempre riconsegnato.

Prove d'esame: la prova orale

- Durante la prova orale verranno fatte domande di qualsiasi tipo inerenti gli argomenti del corso: svolgimento di esercizi, definizioni, enunciato e dimostrazione di teoremi e di criteri.
- La durata della prova orale può variare a seconda dei casi.

Svolgimento dell'esame

Vi è un solo tipo di svolgimento dell'esame, e prevede nell'ordine:

- il test;
- la prova scritta;
- la prova orale.

Per superare l'esame occorre superare in successione tutte e tre prove.

Check List per il Test

- ☐ Prenotarsi con congruo anticipo.
- ☐ Controllare nei giorni precedenti che non vi siano state variazioni di date, orari, aule.
- ☐ Arrivare puntuali nel posto giusto.
- ☐ Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- ☐ Tirare fuori libretto e documento.
- ☐ Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- ☐ Riporre tutto il resto ben lontano (non sul tavolo).
- ☐ Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- ☐ Preparare lo schemino per segnarsi le risposte.
- ☐ Controllare che libretto e documento siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- ☐ Assicurarsi di poter rimanere più di 30 minuti senza uscire (eventualmente uscire ora!).
- ☐ Ricordarsi di precompilare il test in brutta, onde evitare risposte doppie in bella.
- ☐ Allontanare anche questo foglio.

Errori comuni durante il Test

- ☐ Compilare direttamente in bella (poi si cambia idea strada facendo e compaiono risposte doppie).
- ☐ Iniziare a copiare in bella al minuto 29 e 50 secondi (nella fretta ci si confonde).
- ☐ Copiare dal vicino (che probabilmente ha un test diverso!).
- ☐ Venire a dire che in brutta la risposta è quella giusta, mentre in bella non c'è o è quella sbagliata (pare che succeda tantissime volte ad ogni appello, ma non ci si può fare nulla!).
- ☐ Non controllare che il test sia stato effettivamente ritirato.
- ☐ Dare solo otto risposte, di cui una sbagliata, e tornare a casa convinti di non aver passato l'esame per colpa di una sola risposta sbagliata (la vera colpa sta nelle otto risposte non messe!).
- ☐ Sbagliare a calcolare il punteggio: ad esempio con 10 risposte date, di cui due sbagliate, si ottiene 12.

Check List per lo Scritto

- ☐ Arrivare puntuali nel posto giusto.
- ☐ Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- ☐ Tirare fuori libretto e documento, e controllare che siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- ☐ Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- ☐ Tenersi a disposizione gli eventuali libri, appunti, strumenti di calcolo permessi che si intende utilizzare.
- ☐ Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- ☐ Portare cibo e bevande che dovessero servire durante le tre ore.

Errori comuni durante lo Scritto

- ☐ Scrivere solo le risposte senza motivare i passaggi (così non vale nulla).
- ☐ Giungere a risultati incoerenti (ad esempio una funzione crescente che tende a $-\infty$ per $x \to +\infty$, oppure l'integrale di una funzione positiva che viene un numero negativo) e far finta di niente: in questi casi è *molto meglio* scrivere che c'è qualche problema che non si riesce a trovare.
- ☐ Passare tutto il tempo a svolgere un esercizio, o una parte di un esercizio, che non viene, invece di passare al successivo, che magari si saprebbe fare in poco tempo: per questo il consiglio è di *leggere subito tutti gli esercizi.*
- ☐ Copiare dal vicino: di solito i sorveglianti subito o il correttore dopo se ne accorgono benissimo, e scattano le misure previste dal Regolamento Didattico di Ateneo.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Corso di Matematica I – A.A. 2006-2007

Programma previsto per argomenti

- **Premiminari**.
  - Insiemi. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Insieme delle parti.
  - Insiemi numerici: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$.
  - Funzioni tra insiemi. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Grafico di una funzione. Interpretazione grafica di iniettività e surgettività. Immagine e controimmagine di un sottoinsieme tramite una funzione.
  - Funzioni e funzioni inverse elementari. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzioni iperboliche.
  - Proprietà dei numeri reali. Assioma di continuità.
  - Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo di un sottoinsieme. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Caratterizzazione di inf e sup.
  - Equazioni, disequazioni e loro interpretazione grafica.
  - Principio di induzione.
- **Limiti**.
  - Limite di una successione di numeri reali.
  - Teorema di unicità del limite. Teorema di permanenza del segno.
  - Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri.
  - Teoremi sul limite della somma, del prodotto per una costante, del prodotto di due successioni, del quoziente. Forme indeterminate.
  - Criteri della radice e del rapporto per i limiti. Criterio rapporto $\rightarrow$ radice.
  - Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate.
  - Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle relative sottosuccessioni.
  - Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni: teoremi sulla somma, il prodotto, il quoziente, teorema del confronto e dei carabinieri.
  - Limiti notevoli di funzioni.

- Cambio di variabile nei limiti.
- Criterio che lega i limiti di funzioni ai limiti di successioni.
- Linguaggio degli infinitesimi. Definizione e principali proprietà di o piccolo.
- Utilizzo del teorema di de l'Hôpital per il calcolo dei limiti.
- Utilizzo della formula di Taylor per il calcolo dei limiti.
- Successioni per ricorrenza.

• **Serie**.

- Definizione di serie come limite delle somme parziali.
- Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
- Serie geometrica, serie armonica generalizzata, serie telescopiche.
- Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto, del confronto asintotico. Casi limite nel confronto asintotico.
- Criterio di Leibnitz (serie a segno alterno) e dell'assoluta convergenza (serie a segno qualunque).
- Serie di potenze e raggio di convergenza.
- Serie di Taylor di una qualsiasi funzione derivabile infinite volte in un punto. Definizione di funzione analitica in un intervallo. Analiticità delle funzioni elementari.
- Teorema di derivazione e integrazione per serie nel caso delle serie di potenze. Applicazione al calcolo della somma di alcune serie particolari.

• **Calcolo differenziale in una variabile**.

- Funzioni continue in un punto ed in un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Continuità della composizione di funzioni continue.
- Definizione di massimo e minimo di una funzione su un insieme. Definizione di punto di massimo e punto di minimo (con enfasi sulla differenza tra massimo e punto di massimo).
- Teorema di esistenza degli zeri e teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su di un intervallo.
- Definizione di funzione derivabile in un punto. Definizione di funzione differenziabile in un punto. Equivalenza tra le due definizioni. Interpretazione geometrica del rapporto incrementale, della derivata e del differenziale.
- Teoremi algebrici sulle derivate: derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata delle funzioni elementari. Legami tra continuità e derivabilità in un punto.
- Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari.
- Relazione tra il segno della derivata in un punto e la monotonia. Relazioni tra debole e stretta monotonia in un intervallo e segno della derivata prima nell'intervallo stesso.

- Teoremi sulle funzioni derivabili: Rolle, Cauchy, Lagrange.
- Teorema di de l'Hopital.
- Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange.
- Studio di funzione locale e globale, e relative applicazioni.

• **Calcolo differenziale in più variabili**.

- Lo spazio $\mathbb{R}^n$. Vettori e operazioni tra vettori.
- Definizione di limite per una funzione di due variabili. Restrizione di una funzione di più variabili alle rette passanti per un punto. Relazione tra il limite ed il limite delle restrizioni.
- Definizione di continuità per funzioni di più variabili. Definizione di insieme chiuso e limitato in $\mathbb{R}^n$. Teorema di Weierstass per funzioni di più variabili.
- Definizione di derivata parziale per una funzione di più variabili. Significato geometrico delle derivate parziali come derivate di opportune restrizioni. Derivate direzionali e loro significato geometrico. Mancanza di relazioni tra l'esistenza delle derivate parziali e direzionali e la continuità in un punto.
- Definizione di funzione differenziabile di più variabili. Interpretazione geometrica in termini di piano tangente al grafico. Relazione tra le derivate direzionali e le derivate parziali per una funzione differenziabile. Definizione di gradiente.
- Teorema del differenziale totale.
- Derivate successive per funzioni di più variabili. Teorema di inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor in due variabili.
- Massimi e minimi locali e globali per funzioni di più variabili. Se in un punto di massimo o minimo interno una funzione è differenziabile, allora il suo gradiente si annulla.
- Massimi e minimi vincolati: metodo di parametrizzazione del vincolo.
- Massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange (caso di un moltiplicatore solo).

• **Calcolo integrale in una variabile**.

- Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Partizioni di un intervallo, integrale inferiore e superiore.
- Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.
- Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Utilizzo di una primitiva per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari.
- Formula di integrazione per parti. Formula di integrazione per sostituzione.
- Integrazione delle funzioni razionali. Sostituzioni razionalizzanti. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.

- Integrali impropri: definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata.
- Criterio del confronto e del confronto asintotico per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno costante. Criterio dell'assoluta convergenza per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno variabile.
- Criterio del confronto serie integrali e sua giustificazione geometrica.

• **Calcolo integrale in più variabili**.

- Formula di riduzione di un integrale doppio a due integrali semplici mediante sezioni.
- Integrali tripli: formule di riduzione per sezioni e per colonne.
- Calcolo di aree, volumi e baricentri mediante integrali doppi e tripli.
- Coordinate polari nel piano. Coordinate cilindriche e sferiche nello spazio. Utilizzo delle coordinate polari e sferiche per il calcolo di integrali multipli.
- Formula generale per il cambio di variabili negli integrali doppi.
- Elementi di geometria analitica nello spazio: equazioni di piani, sfere, cilindri, coni. Equazione di un generico solido di rotazione.
- Teorema di Guldino per il volume dei solidi di rotazione.
- Definizione di curva e di supporto di una curva. Lunghezza di una curva. Curve rettificabili. Formula integrale per il calcolo della lunghezza di una curva C^1. Curve cartesiane. Integrale di funzioni lungo curve.
- Teorema di Guldino per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione.

• **Equazioni differenziali**.

- Ordine di una equazione, equazioni in forma normale, equazioni autonome. Esempi di famiglie (dipendenti da parametri) di soluzioni di equazioni differenziali.
- Problema di Cauchy per una equazione di ordine n. Teorema di esistenza e unicità. Intervallo massimale di esistenza, tempo di vita, blow-up, break-down.
- Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
- Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine arbitrario omogenee.
- Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Ricerca euristica di una soluzione "per tentativi". Metodo di variazione delle costanti.
- Accenno ad un esempio di studio qualitativo della soluzione.

Corso di Matematica I – Lezioni

Ora 1 Insiemi: presentazione per elenco e per proprietà. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Sottoinsiemi ed insieme delle parti. Insieme vuoto.

Ora 2 Insiemi numerici: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ (nessun dettaglio su $\mathbb{C}$). Definizione assiomatica dei numeri reali: proprietà algebriche e dell'ordinamento. Assioma di continuità.

Ora 3 Funzioni tra insiemi. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Grafico di una funzione. Interpretazione grafica di iniettività e surgettività. Immagine e controimmagine di un sottoinsieme tramite una funzione e loro interpretazione grafica.

Ora 4 Funzioni pari e dispari. Funzioni e funzioni inverse elementari: $|x|$, x^n, $\sqrt[n]{x}$, a^x, $\log_a x$, $\sin x$, $\arcsin x$, $\cos x$, $\arccos x$, $\tan x$, $\arctan x$.

Ora 5 Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo di un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Caratterizzazione di inf e sup.

Ora 6 Principio di induzione. Principio del minimo intero. Esempi di dimostrazione per induzione: disuguaglianze che coinvolgono esponenziali e fattoriali, disuguaglianza di Bernoulli ($(1+a)^n \geq 1+na$ per $a > -1$), somma dei primi n termini di una progressione aritmetica, somma dei primi $n+1$ termini di una progressione geometrica.

Ora 7 Interpretazione grafica delle equazioni. Relazione tra il grafico di $f(x)$ ed il grafico di $|f(x)|$, $f(|x|)$, $-f(x)$, $f(-x)$, $f(x) \pm a$, $f(x \pm a)$. Discussione sulla possibilità di fare il passaggio $f(A) = f(B) \Longrightarrow A = B$.

Ora 8 Interpretazione grafica delle disequazioni. Funzioni monotone: debolmente e strettamente crescenti, debolmente e strettamente decrescenti. Monotonia stretta implica iniettività. Discussione sulla possibilità di fare il passaggio $f(A) > f(B) \Longrightarrow A > B$ (e analoghi).

Ora 9 Definizione di successione di numeri reali. Spiegazione del termine “definitivamente”. Definizioni di $a_n \to l \in \mathbb{R}$, $a_n \to +\infty$, $a_n \to -\infty$, a_n è indeterminata. Definizione di $a_n \to l^+$ e $a_n \to l^-$.

Ora 10 Teorema di unicità del limite. Teorema di permanenza del segno. Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri. Calcolo dei limiti delle seguenti successioni usando la definizione di limite: n, n^α (con $\alpha > 0$), n^{-1}. Calcolo dei limiti di a^n (con $a > 1$) ed $n!$ usando disuguaglianze e confronti.

Ora 11 Teoremi algebrici sui limiti: limite della somma, del prodotto per una costante, del prodotto e del quoziente di due successioni. Forme indeterminate: $+\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $0/0$, ∞/∞. Equivalenza tra $a_n \to 0$ e $|a_n| \to 0$.

Ora 12 Discussione delle forme (non indeterminate): $l/0$, $\infty/0$. Calcolo di limiti fatti usando confronti, carabinieri ed opportuni raccoglimenti. Limiti di rapporti di polinomi.

Ora 13 Limite di $\sqrt[n]{a}$ con $a > 0$. Criteri della radice e del rapporto per i limiti. Criterio rapporto $\to$ radice. Limite delle forme indeterminate (confronti di ordine di infinito): n^a/b^n (con $a > 0$, $b > 1$), $a^n/n!$ (con $a > 0$), $n!/n^n$, $\sqrt[n]{n}$, $\sqrt[n]{n!}$.

Ora 14 Definizione di limite (finito, $+\infty$, $-\infty$) di una funzione per x che tende a $+\infty$, $-\infty$, $x_0 \in \mathbb{R}$, x_0^+, x_0^- (limite destro e sinistro).

Ora 15 Enunciato dei teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni: teoremi sulla somma, il prodotto, il quoziente, teorema del confronto e dei carabinieri. Confronti tra ordini di infinito per funzioni. Funzioni continue in un punto ed in un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Continuità della composizione di funzioni continue. Criterio funzioni $\to$ successioni.

Ora 16 Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate. Il numero "e". Esponenziali e logaritmi naturali. Trucco del passare da $[f(x)]^{g(x)}$ a $e^{g(x)\log f(x)}$ (detto comunemente "e alla"). Forme indeterminate 1^∞, 0^0, ∞^0. Esempi di calcolo di limiti di successioni usando il criterio funzioni $\to$ successioni e opportuni passaggi algebrici (ad esempio razionalizzazioni).

Ora 17 Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle sue sottosuccessioni. Dimostrazione della non esistenza di alcuni limiti di funzioni e successioni utilizzando opportune successioni.

Ora 18 Limiti notevoli di funzioni. Illustrazione geometrica delle disuguaglianze $\sin x < x < \tan x$ (valide per $0 \leq x < \pi/2$) e loro utilizzo per determinare il limite di $(\sin x)/x$ per $x \to 0$. Esempi di calcolo di limiti usando limiti notevoli.

Ora 19 Cambio di variabili nei limiti. Dimostrazione dei limiti notevoli di funzione, a partire da quelli fondamentali, fatte usando opportuni cambi di variabile. Criterio funzioni $\to$ successioni visto come cambio di variabili.

Ora 20 Linguaggio degli infinitesimi. Definizione e principali proprietà di o piccolo. Somme, differenze, prodotto, rapporto di infinitesimi.

Ora 21 Limiti notevoli e o piccolo. "Sviluppini" (sviluppi di Taylor troncati ai primi termini) delle funzioni elementari. Utilizzo di o piccolo nel calcolo dei limiti.

Ora 22 Calcolo di limiti di funzioni e successioni usando gli strumenti sinora sviluppati.

$\boxed{\textbf{Ora 23}}$ Rapporto incrementale, derivata e differenziale in un punto e loro interpretazioni geometriche. Retta tangente ad un grafico. Equivalenza tra derivabilità e differenziabilità. Calcolo della derivata delle funzioni elementari: costanti, x, x^n, e^x, $\sin x$, $\cos x$. Analogia tra sviluppini e limiti del rapporto incrementale.

$\boxed{\textbf{Ora 24}}$ Teoremi algebrici sulle derivate: derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Esempi di calcolo di derivate. Legami tra continuità e derivabilità in un punto. Discussione sulla derivabilità della funzione $|x|$.

$\boxed{\textbf{Ora 25}}$ Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari: $\log x$, $\arctan x$, $\arcsin x$, $\arccos x$. Discussione sugli insiemi di continuità e derivabilità delle funzioni inverse. Discussione sulla derivabilità della funzione x^α.

$\boxed{\textbf{Ora 26}}$ Derivate successive. Teorema di De l'Hôpital per il calcolo dei limiti. Discussione delle ipotesi. Esempi e controindicazioni alla sua applicazione.

$\boxed{\textbf{Ora 27}}$ Formula di Taylor con resto di Peano. Formula per i polinomi di Taylor e dimostrazione di un caso particolare a partire dal teorema di De l'Hôpital. Calcolo dello sviluppo di Taylor delle funzioni elementari: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$, $\arctan x$, $(1+x)^\alpha$, $(1\pm x)^{-1}$.

$\boxed{\textbf{Ora 28}}$ Calcolo dello sviluppo di Taylor della somma, del prodotto, della composizione di due funzioni. Utilizzo della formula di Taylor per il calcolo dei limiti.

$\boxed{\textbf{Ora 29}}$ Funzioni iperboliche. Definizione di sinh, cosh, tanh e delle relative funzioni inverse. Relazione fondamentale $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. Grafico, regole di derivazione e sviluppo di Taylor, accenno alle formule di addizione e sottrazione. Interpretazione geometrica delle funzioni iperboliche.

$\boxed{\textbf{Ora 30}}$ Esempio di limite "fatto metà per volta" (da non imitare!). Discussione dei casi in cui si può o non si può utilizzare la formula di Taylor per il calcolo dei limiti. Esempi di calcolo di limiti di funzioni usando la formula di Taylor.

$\boxed{\textbf{Ora 31}}$ Formula di Taylor con centro in un punto diverso dall'origine. Utilizzo della formula di Taylor nel calcolo di limiti di successioni mediante il criterio funzioni $\to$ successioni.

$\boxed{\textbf{Ora 32}}$ Definizione di serie come limite delle somme parziali: serie convergenti, divergenti, indeterminate. Esempi banali di calcolo delle somme parziali (serie con tutti 1). Somma di serie. Prodotto di una serie per una costante. Condizione necessaria per la convergenza e sua dimostrazione.

$\boxed{\textbf{Ora 33}}$ Studio della convergenza della serie geometrica al variare della ragione. Esempi di serie telescopiche. Serie armonica generalizzata. Serie a termini positivi: dimostrazione del fatto che o convergono, o divergono a $+\infty$.

$\boxed{\textbf{Ora 34}}$ Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto. Esempi di applicazione allo studio della convergenza.

$\boxed{\textbf{Ora 35}}$ Serie a termini positivi: criterio del confronto asintotico, con caso standard (il limite del rapporto è reale e diverso da 0) e casi limite (il rapporto tende a 0 o a $+\infty$).

$\boxed{\textbf{Ora 36}}$ Serie a termini di segno variabile: criterio di Leibnitz (serie a segno alterno) e dell'assoluta convergenza (serie a segno qualunque). Esempi di applicazione allo studio della convergenza.

$\boxed{\textbf{Ora 37}}$ Esempi di studio della convergenza di serie, anche parametriche, utilizzando i criteri e tutte le tecniche di calcolo dei limiti.

$\boxed{\textbf{Ora 38}}$ Serie di potenze. Raggio di convergenza e formula per calcolarlo. Esempi di calcolo del raggio.

$\boxed{\textbf{Ora 39}}$ Serie di Taylor. Funzioni analitiche. Analiticità delle funzioni elementari all'interno del raggio di convergenza delle rispettive serie di Taylor. Utilizzo delle serie di Taylor per il calcolo della somma di particolari serie numeriche.

$\boxed{\textbf{Ora 40}}$ Teorema di esistenza degli zeri e dei valori intermedi. Dimostrazione della surgettività di alcune funzioni (e di conseguenza dell'esistenza delle soluzioni di alcune equazioni) utilizzando il teorema dei valori intermedi.

$\boxed{\textbf{Ora 41}}$ Definizione di massimo e minimo di una funzione su un insieme. Definizione di punto di massimo e punto di minimo (con enfasi sulla differenza tra massimo e punto di massimo). Teorema di Weierstrass e sue varianti nel caso di insiemi non chiusi o non limitati.

$\boxed{\textbf{Ora 42}}$ Definizione di punto di massimo locale e di punto di minimo locale. Relazione tra il segno della derivata in un punto e la monotonia. Punti stazionari. Ricerca dei punti di massimo o di minimo per funzioni di una variabile.

$\boxed{\textbf{Ora 43}}$ Studio locale di una funzione. Derivate successive nei punti stazionari e legami con i polinomi di Taylor. Esempi.

$\boxed{\textbf{Ora 44}}$ Enunciato della catena logica dei teoremi sulle funzioni continue e derivabili. Enunciato e dimostrazione dei teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange e loro interpretazione geometrica (non per Cauchy). Esempi e controesempi.

$\boxed{\textbf{Ora 45}}$ Dimostrazione del teorema di De l'Hôpital a partire da Cauchy (nel caso particolare in cui $x_0 \in \mathbb{R}$ e la forma indeterminata è del tipo $0/0$). Relazioni tra debole/stretta monotonia di una funzione in un intervallo e segno della derivata prima nell'intervallo stesso (mediante il teorema di Lagrange). Dimostrazione che $f' \geq 0$ implica stretta crescenza se f' non si annulla identicamente in nessun intervallo.

$\boxed{\textbf{Ora 46}}$ Guida allo studio globale di una funzione: le simmetrie, il "dominio", lo studio della continuità, i limiti agli estremi della zona di continuità, gli zeri ed il segno, lo studio della derivabilità, gli zeri ed il segno della derivata, gli asintoti (orizzontali, verticali, obliqui), i massimi e minimi locali/globali (relativi/assoluti), lo studio degli zeri e del segno della derivata seconda (flessi, intervalli di convessità/concavità).

Ora 47 Definizione di funzione lipschitziana. Relazione tra lipschitzianità e limitatezza della derivata. Interpretazione grafica della limitatezza di una funzione e/o della sua derivata. Disuguaglianze classiche di lipschitzianità.

Ora 48 Calcolo di inf, sup, max, min di una funzione in un insieme mediante uno studio di funzione. Dimostrazione dell'esistenza e/o unicità della soluzione di certe equazioni mediante studi di funzione. Studio di equazioni parametriche.

Ora 49 Esempi di disequazioni risolte utilizzando uno studio di funzione. Disuguaglianze classiche che coinvolgono le funzioni elementari ed i loro polinomi di Taylor di grado basso.

Ora 50 Introduzione allo studio delle successioni definite per ricorrenza al variare del dato iniziale. Esempi di successioni per ricorrenza studiate utilizzando la monotonia e la limitatezza.

Ora 51 Interpretazione grafica delle successioni per ricorrenza autonome (del tipo $a_{n+1} = f(a_n)$). Utilizzo del grafico per predisporre un piano per lo studio della successione per ricorrenza. Studio di una serie i cui termini sono definiti per ricorrenza.

Ora 52 Successioni per ricorrenza autonome "spiraleggianti". Strategia dimostrativa basata sulla monotonia delle sottosuccessioni a_{2n} e a_{2n+1}. Strategia dimostrativa basata sulla decrescenza della distanza dal candidato limite.

Ora 53 Successioni per ricorrenza non autonome (del tipo $a_{n+1} = f(n, a_n)$) e relative serie. Esempi di successioni per ricorrenza studiate mediante la limitatezza ed il teorema dei carabinieri.

Ora 54 Successioni per ricorrenza studiate dimostrando la monotonia della distanza dal candidato limite mediante il teorema di Lagrange. Accenno al legame tra la convergenza della successione per ricorrenza $a_{n+1} = f(a_n)$ ad un certo limite l e la derivata di f in un intorno di l.

Ora 55 Formula di Taylor con resto di Lagrange. Utilizzo di tale formula per approssimare il valore di una funzione data in un certo punto. Esempi di stima dell'errore che si commette in tale approssimazione.

Ora 56 Linguaggio vettoriale: lo spazio $\mathbb{R}^n$. Definizione di distanza, norma e prodotto scalare in $\mathbb{R}^n$. Funzioni di più variabili e loro grafico. Restrizione di una funzione di più variabili alle rette passanti per un punto. Linee di livello.

Ora 57 Definizione di palla in $\mathbb{R}^n$. Definizione di limite (finito, $+\infty$, $-\infty$) per una funzione di più variabili per $x \to x_0$ (con x e x_0 vettori). Relazione tra il limite ed il limite delle restrizioni. Esempi di non esistenza di un limite dimostrata scegliendo opportune restrizioni. Definizione di continuità per funzioni di più variabili.

$\boxed{\textbf{Ora 58}}$ Derivate parziali per una funzione di più variabili. Significato geometrico delle derivate parziali come derivate di opportune restrizioni. Derivate direzionali e loro significato geometrico. Mancanza di relazioni tra l'esistenza delle derivate parziali e direzionali e la continuità in un punto.

$\boxed{\textbf{Ora 59}}$ Differenziale e gradiente per funzioni di più variabili. Interpretazione geometrica in termini di piano tangente al grafico e direzione di "massima pendenza". Relazioni tra differenziale, gradiente, derivate parziali e direzionali, continuità in un punto. Dimostrazione che la derivata direzionale è massima nella direzione del gradiente.

$\boxed{\textbf{Ora 60}}$ Derivate successive per funzioni di più variabili. Teorema di inversione dell'ordine di derivazione. Massimi e minimi locali e globali per funzioni di più variabili. Definizione di insieme chiuso e limitato in $\mathbb{R}^n$. Teorema di Weierstass per funzioni di più variabili. Punti stazionari.

$\boxed{\textbf{Ora 61}}$ Problemi di massimo e minimo in più variabili: ricerca dei punti stazionari interni e studio sul bordo mediante parametrizzazioni. Parametrizzazioni classiche: segmenti, tratti di grafico, archi di circonferenza ed ellissi.

$\boxed{\textbf{Ora 62}}$ Insiemi come luogo di zeri. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange (caso di un moltiplicatore solo) per la ricerca dei punti stazionari sul bordo. Interpretazione geometrica in termini di linee di livello.

$\boxed{\textbf{Ora 63}}$ Esempi di problemi di massimo e minimo in più variabili per funzioni su insiemi chiusi e limitati.

$\boxed{\textbf{Ora 64}}$ Esempi di problemi di massimo e minimo in più variabili su insiemi non necessariamente chiusi e limitati.

$\boxed{\textbf{Ora 65}}$ Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Notazioni e significato geometrico. Partizioni di un intervallo e funzioni a gradini. Somme di Riemann inferiori e superiori. Integrale superiore ed inferiore. Alcune classi di funzioni integrabili.

$\boxed{\textbf{Ora 66}}$ Proprietà dell'integrale: linearità, monotonia rispetto alla funzione, continuità (il valore assoluto dell'integrale è minore od uguale dell'integrale del valore assoluto), additività rispetto alla zona di integrazione. Funzione integrale e suo utilizzo per il calcolo degli integrali.

$\boxed{\textbf{Ora 67}}$ Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Tabellina di primitive che si deducono dalla tabellina delle derivate. Discussione del famigerato "$+c$". Primi esempi di calcolo di primitive ed integrali.

$\boxed{\textbf{Ora 68}}$ Formula di integrazione per parti e suo utilizzo operativo. Esempi classici di integrali per parti. Utilizzo reiterato dell'integrazione per parti: il "grande ritorno".

$\boxed{\textbf{Ora 69}}$ Formula di integrazione per sostituzione e suo utilizzo operativo. Esempi classici di integrali per sostituzione. Cambio degli estremi di integrazione a seguito di una sostituzione.

$\boxed{\textbf{Ora 70}}$ Integrazione delle funzioni razionali: metodo basato sulla divisione di polinomi, fattorizzazione del denominatore, risoluzione di un opportuno sistema lineare, integrazione finale dei pezzi elementari.

$\boxed{\textbf{Ora 71}}$ Sostituzioni razionalizzanti: integrali di funzioni con radici di termini di primo grado. Integrali di funzioni con radici di trinomi di secondo grado: discussione dei tipi di sostituzione utilizzabile a seconda del discriminante e del coefficiente di x^2.

$\boxed{\textbf{Ora 72}}$ Sostituzioni razionalizzanti: integrali di funzioni razionali di e^x, oppure di $\sin x$ e $\cos x$. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.

$\boxed{\textbf{Ora 73}}$ Introduzione agli integrali impropri. Definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata. Spezzamento di un integrale improprio "con molti problemi" nella somma di integrali impropri ciascuno "con un problema solo". Discussione sulla non compensazione "tra aree $-\infty$ e aree $+\infty$". Studio esplicito dell'integrale improprio di $x^{-\alpha}$ in $[0, 1]$ e $[1, +\infty[$.

$\boxed{\textbf{Ora 74}}$ Integrali impropri con integranda positiva: criterio del confronto e del confronto asintotico, con casi standard e casi limite. Discussione sul punto a cui fare il limite nell'applicare il criterio del confronto asintotico.

$\boxed{\textbf{Ora 75}}$ Criterio dell'assoluta convergenza per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno variabile. Esempi di studio di integrali impropri mediante i criteri.

$\boxed{\textbf{Ora 76}}$ Criterio del confronto serie integrali e sua giustificazione geometrica. Dimostrazione della convergenza o della divergenza di serie (ad esempio la serie armonica generalizzata) mediante la convergenza di integrali impropri.

$\boxed{\textbf{Ora 77}}$ Utilizzo della formula di integrazione per parti per studiare la convergenza di integrali impropri. Integrale improprio in $[0, +\infty[$ delle funzioni $(\sin x)/x$, $\cos x^2$ e $\sin x^2$. Mancanza di relazione tra la convergenza dell'integrale improprio di $f(x)$ in $[0, +\infty[$ e l'esistenza del limite di $f(x)$ per $x \to +\infty$.

$\boxed{\textbf{Ora 78}}$ Metodo "dei triangolini" o "dei rettangolini" per dimostrare la divergenza di un integrale improprio. Integrale in $[0, +\infty[$ delle funzioni $|\sin x|/x$, $|\cos x^2|$ e $|\sin x^2|$.

$\boxed{\textbf{Ora 79}}$ Integrali doppi: notazioni e significato geometrico. Funzioni a gradino, somme di Riemann ed integrale inferiore e superiore. Formule di riduzione di un integrale doppio su un rettangolo.

$\boxed{\textbf{Ora 80}}$ Insiemi del piano normali rispetto all'asse x e/o rispetto all'asse y. Formula di riduzione di un integrale doppio su un insieme normale.

$\boxed{\textbf{Ora 81}}$ Coordinate polari nel piano. Formule per il passaggio da (x, y) a (ρ, θ) e viceversa. Descrizione mediante le coordinate polari di domini del piano a simmetria radiale. Formula per il calcolo degli integrali doppi mediante le coordinate polari.

$\boxed{\textbf{Ora 82}}$ Formula generale per il cambio di variabili negli integrali doppi. Esempi classici di cambi di variabili e loro determinanti jacobiani: traslazioni e affinità. Esempi di integrali calcolati mediante opportuni cambi di variabile.

$\boxed{\textbf{Ora 83}}$ Integrali tripli: notazioni, definizioni e interpretazione fisica. Formula di riduzione per sezioni. Formula di riduzione per colonne.

$\boxed{\textbf{Ora 84}}$ Cambio di variabili negli integrali tripli. Coordinate cilindriche e sferiche nello spazio e loro utilizzo nella descrizione di domini e nel calcolo di integrali.

$\boxed{\textbf{Ora 85}}$ Baricentro di figure piane e solide. Calcolo di aree, volumi e baricentri mediante integrali doppi e tripli.

$\boxed{\textbf{Ora 86}}$ Solidi di rotazione: descrizione tramite sezioni ed equazione analitica. Teorema di Guldino per il calcolo del volume. Applicazioni classiche: cilindro, cono, (semi)sfera, toro.

$\boxed{\textbf{Ora 87}}$ Elementi di geometria analitica nello spazio: equazioni di piani, sfere, cilindri, coni. Volume dell'intersezione tra due cilindri con assi ortogonali incidenti e stesso raggio.

$\boxed{\textbf{Ora 88}}$ Introduzione alle equazioni differenziali. Terminologia di base: ordine di una equazione, equazioni in forma normale, equazioni autonome, equazioni lineari omogenee e non omogenee. Esempi di famiglie (dipendenti da parametri) di soluzioni di equazioni differenziali.

$\boxed{\textbf{Ora 89}}$ Problema di Cauchy per una equazione di ordine n. Teoremi di esistenza e di unicità. Esempio di non unicità.

$\boxed{\textbf{Ora 90}}$ Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Discussione dell'intervallo massimale di esistenza della soluzione, del tempo di vita, degli eventuali blow-up o break-down. Discussione del caso in cui la soluzione è stazionaria.

$\boxed{\textbf{Ora 91}}$ Esempi di studio di soluzioni di equazioni differenziali. Equazioni differenziali lineari del primo ordine: fattore integrante.

$\boxed{\textbf{Ora 92}}$ Breve introduzione ai numeri complessi. Radici complesse di un polinomio di secondo grado. Radici di polinomi a coefficienti reali e loro molteplicità. Equazioni differenziali lineari di ordine qualunque a coefficienti costanti omogenee: deduzione di una base dello spazio delle soluzioni dalle radici (eventualmente complesse) del polinomio associato.

$\boxed{\textbf{Ora 93}}$ Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Descrizione astratta dello spazio delle soluzioni. Ricerca euristica di una soluzione "per tentativi" nel caso in cui il secondo membro contenga combinazioni lineari di esponenziali, polinomi, seni e coseni.

Ora 94 Metodo di variazione delle costanti per equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee.

Ora 95 Sistemi di equazioni differenziali a coefficienti costanti: riduzione mediante sostituzioni ad una sola equazione di ordine opportuno. Esempio di studio qualitativo della soluzione di un'equazione differenziale.

Ora 96 Curve nel piano e nello spazio. Supporto di una curva. Esempi di curve diverse con lo stesso supporto. Approssimazione con spezzate e lunghezza di una curva. Formula integrale per il calcolo della lunghezza di una curva. Caso particolare delle curve cartesiane. Integrale di funzioni lungo curve.

Ora 97 Calcolo del baricentro di una curva. Teorema di Guldino per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione: applicazione ai solidi di rotazione classici. Superfici cartesiane e formula integrale per il calcolo della loro area.

Ora 98 Derivazione ed intagrazione di serie di potenze. Calcolo esplicito della somma di serie di potenze riconducendosi, mediante derivate e/o integrali, alle serie di Taylor.

Ora 99 Calcolo dell'integrale improprio di e^{-x^2} su tutto $\mathbb{R}$. Ripasso dei problemi di massimo e minimo e degli integrali in più variabili.

Ora 100 Conclusione del corso: studio di funzioni integrali ed esercizi di ricapitolazione.