

## Corso di Analisi Matematica I – Informazioni

- **Capi.** Gli studenti sono invitati a nominare subito due *capicorso*, che dovranno fungere da tramite tra il docente e gli altri studenti. In particolare, saranno le uniche due persone autorizzate a parlare di *burocrazia* con il docente.
- **Ricevimento studenti.** L'orario di ricevimento *ordinario* verrà comunicato appena possibile e sarà valido per le 12 settimane del corso.  
Eventuali ricevimenti *straordinari* (durante e dopo il corso) potranno essere concordati su appuntamento.
- **Correzione compiti.** Durante le 12 settimane del corso è possibile consegnare al docente lo svolgimento scritto di esercizi (anche sparsi) provenienti da compiti scritti degli anni precedenti. Se gli elaborati saranno preparati con cura (scrittura leggibile, argomentazioni spiegate bene, un solo esercizio per pagina, ...) verranno corretti (come se si trattasse di un compito d'esame vero e proprio) in un tempo ragionevole e restituiti all'autore. Questa attività permette di avere una valutazione ufficiosa della propria preparazione molto prima che inizi il periodo degli esami.  
Ovviamente successi e insuccessi in queste prove non influiranno sul voto finale, il quale dipenderà esclusivamente dalle prove d'esame.
- **Esami.** Gli esami verranno effettuati secondo le modalità spiegate dettagliatamente a parte (una copia delle regole d'esame si trova nella pagina web del docente). *Si raccomanda di non fidarsi di nessuna informazione relativa alle date d'esame (anche se appesa alla bacheca ufficiale) se non confermata dal docente, direttamente o tramite la pagina web.* Si raccomanda di prenotarsi agli esami mediante l'apposito sito <http://servizi.ing.unipi.it>, che permette anche di essere informati di eventuali variazioni.
- **Internet.** Dalla pagina web del docente (facilmente raggiungibile cercando "Massimo Gobbino" con qualunque motore di ricerca) si accede ad un Archivio Didattico e ad un Forum destinato agli studenti. Tutti gli studenti sono invitati a registrarsi ed a seguire regolarmente ed attivamente il Forum.
- **OFA.** Gli studenti gravati di OFA possono (come qualunque altro cittadino) seguire il corso. Tuttavia mi sento di sconsigliarli fortemente: finirebbero per non riuscire a seguire (quasi nessuno studente con OFA ha superato l'esame nei primi tre appelli negli anni precedenti) e non avrebbero tempo per recuperare le conoscenze di base che a loro mancano, con alte probabilità di non superare nemmeno i test di dicembre e gennaio. Consiglio quindi agli studenti gravati di OFA di seguire il percorso loro dedicato: corso di Matematica 0 al primo semestre e corso apposito di Analisi Matematica I al secondo semestre. Per maggiori dettagli, si veda il sito internet di Facoltà (<http://www.ing.unipi.it>).

## Materiale didattico specifico per il corso

- [1] M. Ghisi, M. Gobbino; *Schede di Analisi Matematica*; (Versione 2004) SEU.
- [2] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi di Analisi Matematica I (Parte A)* (Versione 2009/2010); SEU.
- [3] M. Ghisi, M. Gobbino; *Test d'esame di Analisi Matematica I* (Versione 2009/2010); SEU.
- [4] M. Ghisi, M. Gobbino; *Scritti d'esame di Analisi Matematica I* (Versione 2009/2010); SEU.

Le schede e gli esercizi erano calibrati sul corso di Matematica I tenuto fino al 2007/2008, corso che aveva un programma più vasto ma svolto con minore approfondimento. Per questo motivo sarà necessario integrare alcune parti (per ora con gli appunti, in attesa di un aggiornamento dei testi) e semplicemente ignorarne altre (che torneranno buone per il corso di Analisi Matematica II).

Discorso analogo vale per alcuni esercizi delle prove d'esame.

Per comodità si ricordano i dati dell'editore:

- SEU (Servizio Editoriale Universitario);
- via Curtatone e Montanara 6, Pisa;
- tel. 050-540120;
- orario: dal lunedì al venerdì dalle 8:30 alle 13:00, martedì e giovedì dalle 15:00 alle 17:00.

Nei limiti del possibile i *video delle lezioni* saranno resi disponibili dalla pagina web del docente.

## Altri testi consigliati

Il materiale didattico specifico per il corso, unito agli eventuali appunti presi a lezione (o scaricati da internet), dovrebbe essere più che sufficiente per raggiungere un'ottima preparazione in questa materia.

Tuttavia, per ulteriori approfondimenti, si segnalano anche i seguenti testi (gli interessati possono contattare un docente per essere consigliati nella scelta, a seconda delle loro esigenze):

- E. Acerbi, G. Buttazzo; *Primo corso di Analisi Matematica*; Pitagora editrice.
- R. A. Adams; *Calcolo Differenziale 1* e *Calcolo Differenziale 2*; Casa Editrice Ambrosiana.
- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Matematica – Calcolo infinitesimale e algebra lineare*; Zanichelli.
- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Analisi matematica 1*; Zanichelli.
- F. Conti; *Calcolo*; McGraw-Hill (non so se è ancora in vendita, o se è stato definitivamente sostituito da una sua versione ridotta, intitolata *Analisi Matematica – Teoria e applicazioni* di F. Conti, P. Acquistapace, A. Savojni).
- E. Callegari; *Quesiti di Analisi Matematica per la preparazione automatizzata alle prove scritte* (seconda edizione), Aracne.

## Corso di Analisi Matematica I – Regole d'esame

### L'esame – Regole generali

- Gli esami verranno effettuati secondo le direttive indicate nel *Regolamento Didattico di Ateneo* (reperibile anche dalle pagine web dell'Università di Pisa).
- Per passare l'esame saranno disponibili *sette e solo sette* appelli (orientativamente: 3 appelli in gennaio/febbraio, 3 in giugno/luglio, 1 in settembre), le cui date vengono fissate dalla Facoltà (non dal docente) ed affisse con “congruo” anticipo nelle apposite bacheche ed in internet. Eventuali variazioni di tali date verranno comunicate con appositi avvisi sul Forum Studenti o nella pagina web del docente. Si raccomanda di *non fidarsi di alcuna informazione relativa alle date d'esame se non confermata dal docente* (direttamente o tramite web).
- Cellulari ed altri strumenti di comunicazione devono essere lasciati *spenti e fuori portata* (ad esempio nello zaino). Si consiglia di portare un *orologio* classico (non quello contenuto nel cellulare) per gestire meglio il tempo a disposizione.
- Ad ogni prova lo studente dovrà presentarsi munito del libretto universitario o del tesserino *con la fotografia*, e di un valido documento di riconoscimento con fotografia. Tali documenti dovranno essere tenuti ben visibili sul tavolo in modo da essere controllabili *in ogni momento*.
- Ogni appello comprenderà *tre prove*: un test, una prova scritta, una prova orale.
- La data comunicata è quella del test; la prova scritta si effettuerà subito dopo il test (dopo una breve pausa); la data della prova orale verrà comunicata durante la prova scritta (orientativamente: da 0 a 2 giorni dopo la prova scritta). In caso di grande affollamento, ai primi appelli il test potrà essere effettuato “a turni”, e di conseguenza la prova scritta potrebbe non seguire immediatamente.
- Lo studente che intenda partecipare ad un dato appello dovrà iscriversi con *sufficiente anticipo* al sito <http://servizi.ing.unipi.it>, compilando l'apposito modulo, nel quale sono indicate anche tutte le informazioni aggiornate (data, ora, luogo). Si consiglia di lasciare il proprio e-mail al momento dell'iscrizione: in questo modo il sistema informerà direttamente l'interessato di ogni successiva variazione.
- Ogni studente può sostenere il test a tutti i sette appelli. All'interno di ogni singolo appello, *l'accesso ad ogni prova successiva dipenderà dall'esito della prova precedente*.
- Per il superamento dell'esame tutte le varie prove dovranno essere sostenute *nello stesso appello*. Il voto finale dell'esame dipenderà dall'esito delle tre prove sostenute in quell'appello.
- Uno studente può ritirarsi dall'esame in qualunque momento, ma ovviamente agli appelli successivi dovrà ripartire dal test.

## Prove d'esame: il test

- Il test comprende 16 domande, di cui alcune a risposta chiusa (vero/falso), alcune a risposta numerica (tipo calcolare limiti, estremi inferiori/superiori, massimi/minimi): in questo caso la risposta può essere un numero reale (e allora bisogna specificare quale), oppure può essere  $+\infty$ ,  $-\infty$ , o "N.E." (non esiste).
- Per l'assegnazione del punteggio ogni risposta giusta vale 2 punti, ogni risposta mancante vale 0 punti, ogni risposta sbagliata (o incomprensibile, o doppia) vale  $-2$  punti.
- Sono considerati sufficienti i punteggi  $\geq 16$ .
- Il tempo a disposizione è di 30 minuti.
- Durante i 30 minuti NON è consentito lasciare l'aula o fare domande.
- NON è consentito l'uso di strumenti di calcolo, di comunicazione, di libri e appunti.
- È consentito l'uso di fogli di carta propria, purché non scritti e non facenti parte di quaderni o simili. Si consiglia di pre-compilare il test in brutta, onde evitare in bella risposte doppie o incomprensibili.
- Al termine dei 30 minuti lo studente consegna solo il test compilato a penna.
- L'unica cosa che conta ai fini del punteggio sono le risposte segnate sul test: non viene richiesta alcuna giustificazione dei passaggi eseguiti.
- Prima di consegnare (diciamo al minuto 28) ogni studente deve appuntarsi le risposte che ha dato, in modo da essere in grado di calcolare il punteggio che ha ottenuto non appena le risposte giuste vengono comunicate.

*Prima o poi il format del Test dovrebbe cambiare, diventando a risposta multipla (ma temo che la cosa non potrà essere operativa già da quest'anno). Quando questo accadrà, le nuove modalità di svolgimento (numero domande, punteggio per risposte giuste/sbagliate/nulle, soglia di passaggio) saranno rese disponibili con congruo anticipo, unitamente ad alcuni fac-simile di Test.*

## Prove d'esame: la prova scritta

- La prova scritta comprende un certo numero di problemi, da risolvere nel tempo assegnato (orientativamente 3 ore per 4 problemi, eventualmente suddivisi in più domande).
- È consentito l'uso di libri e appunti, che però non possono essere scambiati.
- Non è consentito l'uso di strumenti di calcolo sofisticati o di comunicazione. È consentito l'uso di una calcolatrice non grafica e non programmabile, comunque inutile. Ad esempio, passaggi o disuguaglianze giustificati solo mediante l'uso della calcolatrice non sono ritenuti validi in sede di correzione.
- È consentito fare domande unicamente sul testo, possibilmente durante i primi 30 minuti.
- È consentito l'uso di fogli di carta propria per la sola brutta copia; per la bella copia utilizzare unicamente i fogli forniti.

- Nella bella copia vanno riportate le soluzioni degli esercizi proposti (ogni esercizio deve iniziare in una pagina diversa), giustificando adeguatamente ogni passaggio. Il punteggio ottenuto nella prova scritta dipenderà dalla *chiarezza* e dalla *completezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato (anche corretto) non ha alcun valore.
- In qualunque momento è consentito ritirarsi dalla prova scritta senza consegnare l'elaborato. In caso di consegna o abbandono prima dello scadere del tempo assegnato, il testo va sempre riconsegnato.

### **Prove d'esame: la prova orale**

- Durante la prova orale verranno fatte domande di qualsiasi tipo inerenti gli argomenti del corso: svolgimento di esercizi, definizioni, enunciato e dimostrazione di teoremi e di criteri.
- La durata della prova orale può variare, a seconda dei casi, da 5 a 300 minuti.

### **Svolgimento dell'esame**

Vi è un solo tipo di svolgimento dell'esame, e prevede nell'ordine:

- il test;
- la prova scritta;
- la prova orale.

Per superare l'esame occorre superare in successione tutte e tre prove.

### **Check List per il Test**

- Prenotarsi con congruo anticipo.
- Controllare nei giorni precedenti che non vi siano state variazioni di date, orari, aule.
- Arrivare puntuali nel posto giusto.
- Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- Tirare fuori libretto e documento.
- Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- Riporre tutto il resto ben lontano (non sul tavolo).
- Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- Preparare lo schemino per segnarsi le risposte.
- Controllare che libretto e documento siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- Assicurarsi di poter rimanere più di 30 minuti senza uscire (eventualmente uscire ora!).
- Ricordarsi di precompilare il test in brutta, onde evitare risposte doppie in bella.
- Allontanare anche questo foglio.

## Errori comuni durante il Test

- Compilare direttamente in bella (poi si cambia idea strada facendo e compaiono risposte doppie).
- Iniziare a copiare in bella al minuto 29 e 50 secondi (nella fretta ci si confonde).
- Copiare dal vicino (che probabilmente ha un test diverso!).
- Venire a dire che in brutta la risposta è quella giusta, mentre in bella non c'è o è quella sbagliata (pare che succeda tantissime volte ad ogni appello, ma non ci si può fare nulla!).
- Non controllare che il test sia stato effettivamente ritirato.
- Dare solo otto risposte, di cui una sbagliata, e tornare a casa convinti di non aver passato l'esame per colpa di una sola risposta sbagliata (la vera colpa sta nelle otto risposte non messe!).
- Sbagliare a calcolare il punteggio: ad esempio con 10 risposte date, di cui due sbagliate, si ottiene 12.

## Check List per lo Scritto

- Arrivare puntuali nel posto giusto.
- Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- Tirare fuori libretto e documento, e controllare che siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- Tenersi a disposizione gli eventuali libri, appunti, strumenti di calcolo permessi che si intende utilizzare.
- Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- Portare cibo e bevande che dovessero servire durante le tre ore.

## Errori comuni durante lo Scritto

- Scrivere solo le risposte senza motivare i passaggi (così non vale nulla).
- Giungere a risultati incoerenti (ad esempio una funzione crescente che tende a  $-\infty$  per  $x \rightarrow +\infty$ , oppure l'integrale di una funzione positiva che viene un numero negativo) e far finta di niente: in questi casi è *molto meglio* scrivere che c'è qualche problema che non si riesce a trovare.
- Passare tutto il tempo a svolgere un esercizio, o una parte di un esercizio, che non viene, invece di passare al successivo, che magari si saprebbe fare in poco tempo: per questo il consiglio è di *leggere subito tutti gli esercizi*.
- Copiare dal vicino: di solito i sorveglianti subito o il correttore dopo se ne accorgono benissimo, e scattano le misure previste dal Regolamento Didattico di Ateneo.

## Corso di Analisi Matematica I – A.A. 2009-2010

### Programma previsto per argomenti

#### • **Premiminari.**

- Insiemi. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Insieme delle parti.
- Insiemi numerici:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ .
- Funzioni tra insiemi. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Grafico di una funzione. Interpretazione grafica di iniettività e surgettività. Immagine e controimmagine di un sottoinsieme tramite una funzione.
- Funzioni e funzioni inverse elementari (valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e loro inverse). Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzioni iperboliche.
- Proprietà dei numeri reali. Assioma di continuità.
- Numeri complessi: forma cartesiana, polare, esponenziale. Coniugio, operazioni algebriche tra numeri complessi, potenze e radici  $n$ -esime. Teorema fondamentale dell'algebra e molteplicità delle radici di un polinomio. Esponenziale, logaritmo, seno e coseno in ambito complesso.
- Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo di un sottoinsieme. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Caratterizzazione di inf e sup.
- Equazioni, disequazioni e loro interpretazione grafica.
- Principio di induzione. Fattoriale, coefficienti binomiali, binomio di Newton.

#### • **Limiti.**

- Limite di una successione di numeri reali.
- Teorema di unicità del limite. Teorema di permanenza del segno.
- Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri.
- Teoremi sul limite della somma, del prodotto per una costante, del prodotto di due successioni, del quoziente. Forme indeterminate.
- Criteri della radice e del rapporto per i limiti. Criterio rapporto  $\rightarrow$  radice.
- Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate. Il numero  $e$ .
- Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle relative sottosuccessioni. Uso di sottosuccessioni per mostrare che un certo limite non esiste.

- Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni: teoremi sulla somma, il prodotto, il quoziente, teorema del confronto e dei carabinieri.
- Limiti notevoli di funzioni.
- Cambio di variabile nei limiti.
- Criterio che lega i limiti di funzioni ai limiti di successioni.
- Linguaggio degli infinitesimi. Definizione e principali proprietà di  $o$  piccolo,  $O$  grande, equivalenza asintotica.
- Utilizzo del teorema di de l'Hôpital per il calcolo dei limiti.
- Utilizzo della formula di Taylor per il calcolo dei limiti.
- Successioni per ricorrenza.

- **Serie.**

- Definizione di serie come limite delle somme parziali.
- Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
- Serie geometrica, serie armonica generalizzata, serie telescopiche.
- Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto, del confronto asintotico. Casi limite nel confronto asintotico.
- Criterio di Leibnitz (serie a segno alterno) e dell'assoluta convergenza (serie a segno qualunque).
- Serie di potenze e raggio di convergenza.
- Serie di Taylor di una qualsiasi funzione derivabile infinite volte in un punto. Definizione di funzione analitica in un intervallo. Analiticità delle funzioni elementari.
- Teorema di derivazione e integrazione per serie nel caso delle serie di potenze. Applicazione al calcolo della somma di alcune serie particolari.

- **Calcolo differenziale in una variabile.**

- Funzioni continue in un punto ed in un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Continuità della composizione di funzioni continue.
- Definizione di massimo e minimo di una funzione su un insieme. Definizione di punto di massimo e punto di minimo (con enfasi sulla differenza tra massimo e punto di massimo).
- Teorema di esistenza degli zeri e teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su di un intervallo.
- Definizione di funzione derivabile in un punto. Definizione di funzione differenziabile in un punto. Equivalenza tra le due definizioni. Interpretazione geometrica del rapporto incrementale, della derivata e del differenziale.



- Teoremi algebrici sulle derivate: derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata delle funzioni elementari. Legami tra continuità e derivabilità in un punto.
- Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari.
- Relazione tra il segno della derivata in un punto e la monotonia. Relazioni tra debole e stretta monotonia in un intervallo e segno della derivata prima nell'intervallo stesso.
- Teoremi sulle funzioni derivabili: Rolle, Cauchy, Lagrange.
- Teorema di de l'Hopital.
- Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange.
- Studio di funzione locale e globale, e relative applicazioni.

• **Calcolo integrale in una variabile.**

- Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Partizioni di un intervallo, integrale inferiore e superiore.
- Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.
- Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Utilizzo di una primitiva per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari.
- Formula di integrazione per parti. Formula di integrazione per sostituzione.
- Integrazione delle funzioni razionali. Sostituzioni razionalizzanti. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.
- Integrali impropri: definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata.
- Criterio del confronto e del confronto asintotico per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno costante. Criterio dell'assoluta convergenza per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno variabile.
- Criterio del confronto serie integrali e sua giustificazione geometrica.

• **Equazioni differenziali.**

- Ordine di una equazione, equazioni in forma normale, equazioni autonome. Esempi di famiglie (dipendenti da parametri) di soluzioni di equazioni differenziali.
- Problema di Cauchy per una equazione di ordine  $n$ . Teorema di esistenza e unicità. Intervallo massimale di esistenza, tempo di vita, blow-up, break-down.
- Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
- Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine arbitrario omogenee.
- Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Ricerca euristica di una soluzione "per tentativi". Metodo di variazione delle costanti.
- Accenno ad un esempio di studio qualitativo della soluzione.