

Algebra Lineare e Analisi Matematica II – Informazioni

Capi Gli studenti sono invitati a nominare subito due *capicorso*, che dovranno fungere da tramite tra il docente e gli altri studenti. Non si tratta di un compito particolarmente oneroso, ma molto importante nell'economia del corso.

Ricevimento studenti L'orario di ricevimento *ordinario* verrà comunicato appena possibile all'inizio di ciascun semestre e sarà valido per le 12 settimane di corso contenute in quel semestre.

Eventuali ricevimenti *straordinari* (durante e dopo il corso) potranno essere concordati su appuntamento.

Esami Gli esami verranno effettuati secondo le modalità spiegate dettagliatamente a parte. *Si raccomanda di non fidarsi di nessuna informazione relativa alle date d'esame (anche se appesa alla bacheca ufficiale) se non confermata dal docente, direttamente o tramite la pagina web.* Si raccomanda di prenotarsi agli esami mediante l'apposito sito <http://servizi.ing.unipi.it>, che permette anche di essere informati di eventuali variazioni.

Correzione compiti Durante le 12+12 settimane del corso è possibile consegnare al docente lo svolgimento scritto di esercizi. Se gli elaborati saranno preparati con cura (scrittura leggibile, argomentazioni spiegate bene, un solo esercizio per pagina) verranno corretti (come se si trattasse di un compito d'esame vero e proprio) in un tempo ragionevole e restituiti all'autore. Questa attività permette di avere una valutazione ufficiosa della propria preparazione molto prima che inizi il periodo degli esami.

Ovviamente successi e insuccessi in queste prove non influiranno sul voto finale, il quale dipenderà esclusivamente dalle prove d'esame.

Studenti con OFA Gli studenti gravati di OFA possono (come qualunque altro cittadino) seguire il corso. Tuttavia mi sento di consigliare loro di dare la massima priorità al recupero delle conoscenze di base, senza le quali è sostanzialmente impossibile seguire in maniera efficace un corso di matematica.

Studenti senza OFA È ben noto che i cutoff per il superamento degli OFA sono estremamente bassi. *Questo potrebbe indurre in molti studenti la falsa impressione di avere le conoscenze di base necessarie per seguire il corso.* Si raccomanda quindi di verificare personalmente le proprie conoscenze di base provando ad affrontare gli esercizi contenuti in [1], in modo da potere, se serve, porre rimedio quanto prima. È proprio sulle conoscenze di base che ci si gioca la possibilità di seguire in maniera proficua un corso di matematica.

Forum studenti Dalla pagina web del docente (facilmente raggiungibile cercando “Massimo Gobbino” con qualunque motore di ricerca) si accede ad un Forum destinato a chi segue questo corso e non solo. Quello è il luogo in cui porre tutte le domande, sia su questioni burocratiche sia su questioni matematiche, la cui risposta può interessare più di una persona. Tutti gli studenti sono invitati a registrarsi ed a seguire regolarmente ed attivamente il Forum. Essere attivi vuol dire anche provare a rispondere alle domande che altri pongono, senza paura di “sparare stupidaggini”. A tutti, in particolare a chi sta imparando qualcosa di nuovo, capita di sparare stupidaggini: si

tratta solo di decidere se farlo subito o aspettare il giorno dell'esame ... Sembrerà strano, ma molti preferiscono la seconda ...

E-mail Per le questioni generali di cui al punto precedente si raccomanda di *evitare l'uso dell'e-mail*, alla quale probabilmente non si riceverà risposta, un po' perché ormai le e-mail arrivano a centinaia ogni giorno, un po' perché è davvero inutile spiegare 10 volte separatamente a 10 persone diverse la stessa cosa quando si potrebbe spiegarla una volta per tutte sul Forum.

Lezioni sul web Nei limiti del possibile i *video delle lezioni* ed i file pdf con lo *stampato integrale di quanto scritto a lezione* saranno resi disponibili dalla pagina web del docente. Questo rende meno pressante la necessità di essere presenti fisicamente a lezione.

Libri di testo Gli argomenti del corso riguardano conoscenze matematiche stabilizzate da secoli. Per questo motivo qualunque libro sul quale ci si trovi bene è adeguato. È comunque estremamente importante affiancare allo studio della teoria lo svolgimento di un numero congruo di esercizi.

Materiale didattico pensato per il corso Fermo restando quanto detto al punto precedente, si segnalano i seguenti testi pensati specificamente per questi corsi.

- Per la verifica delle conoscenze di base si consiglia

[1] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi per i precorsi di Matematica*; Esculapio.

- Per la parte di Algebra Lineare, per il momento non c'è nulla di specifico pronto. Può darsi che qualcosa compaia durante lo svolgimento del corso stesso.

- Per la parte di Analisi Matematica II si consigliano

[2] M. Ghisi, M. Gobbino; *Schede di Analisi Matematica*; Esculapio.

[3] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi di Analisi Matematica II (Parte A)*; Esculapio.

Per [1] e [2] la versione più aggiornata è la *versione 2010/2011*, mentre per [3] è la *versione 2011/2012*. Diffidare di versioni precedenti, che sono meno complete.

Dove trovare il materiale didattico? A Pisa i testi [1], [2] e [3] sono disponibili sicuramente presso le seguenti librerie (si precisa che gli autori non hanno nessun rapporto economico diretto o indiretto con le librerie):

- *CLU – Cooperativa Libreria Universitaria*, Via Roma 28 - 56126 Pisa (PI) (tel. 050-501426).
- *Libreria Pangloss*, Via S. Lorenzo 4 - 56127 Pisa (PI) (tel. 050-552371).

In alternativa si possono acquistare anche dal sito internet dell'editore (cercare Gobbino per avere la lista aggiornata)

<http://www.editrice-esculapio.it/shop/>

Pirateria È ben noto che alcune copisterie vendono versioni fotocopiate di questi (e di altri) testi. Certamente la qualità non è la stessa rispetto alle versioni ufficiali, anzi talvolta mancano delle pagine e le fotocopie si riferiscono a versioni vecchie di anni non più aggiornate. Ma, più importante, **si tratta di vendita illegale di materiale contraffatto, in barba a tutte le leggi che dovrebbero tutelare il lavoro di chi quel materiale lo ha prodotto.**

Altri testi consigliati I video e gli stampati delle lezioni messi a disposizione in internet, uniti al materiale specifico per i corsi, dovrebbero essere più che sufficienti per raggiungere un'ottima preparazione in questa materia.

Fermo restando che, come già detto, qualunque testo sul quale ci si trovi bene è adeguato, si segnalano anche i seguenti libri:

- [4] M. Abate, C. De Fabritiis; *Geometria analitica con elementi di algebra lineare 2/ed*; McGraw-Hill.
- [5] M. Abate, C. De Fabritiis; *Esercizi di geometria*; McGraw-Hill.
- [6] M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Matematica – Calcolo infinitesimale e algebra lineare*; Zanichelli.
- [7] M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Analisi matematica 2*; Zanichelli.
- [8] F. Conti; *Calcolo*; McGraw-Hill.
- [9] F. Conti, P. Acquistapace, A. Savojni; *Analisi Matematica – Teoria e applicazioni*; McGraw-Hill (versione ridotta del precedente).
- [10] N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone; *Analisi Matematica due*; Zanichelli.
- [11] N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone; *Elementi di Analisi Matematica due*; Zanichelli (versione ridotta e semplificata del precedente).
- [12] C. Petronio; *Geometria e Algebra Lineare*; Esculapio.
- [13] C. Petronio; *Geometria e Algebra Lineare – Quesiti ed Esercizi*; Esculapio.

Algebra Lineare e Analisi Matematica II – L'esame

L'esame – Regole generali

- Gli esami saranno effettuati secondo le direttive indicate nel *Regolamento Didattico di Ateneo* (reperibile anche dalle pagine web dell'Università di Pisa).
- Per passare l'esame saranno disponibili gli appelli ufficiali fissati da calendario, le cui date vengono fissate dalla Facoltà (non dal docente) ed affisse con “congruo” anticipo nelle apposite bacheche ed in internet. Eventuali variazioni di tali date verranno comunicate con appositi avvisi sul Forum Studenti o nella pagina web del docente. Si raccomanda di *non fidarsi di alcuna informazione relativa alle date d'esame se non confermata dal docente* (direttamente o tramite web). *È espressamente esclusa la possibilità di appelli straordinari durante i periodi di lezione* (che ritengo dannosi per varie ragioni).
- Cellulari ed altri strumenti di comunicazione devono essere lasciati *spenti e fuori portata* (ad esempio nello zaino). Si consiglia di portare un *orologio* classico (non quello contenuto nel cellulare) per gestire meglio il tempo a disposizione.
- Ad ogni prova lo studente dovrà presentarsi munito del libretto universitario o del tesserino *con la fotografia*, e di un valido documento di riconoscimento con fotografia. Tali documenti dovranno essere tenuti ben visibili sul tavolo in modo da essere controllabili *in ogni momento*.
- Ogni appello comprenderà *tre prove*: un test, una prova scritta, una prova orale.
- La data comunicata è quella del test; la prova scritta si effettuerà subito dopo il test (dopo una breve pausa); la data della prova orale verrà comunicata durante la prova scritta (orientativamente: da 0 a 2 giorni dopo la prova scritta). In caso di grande affollamento, ai primi appelli il test potrà essere effettuato “a turni”, e di conseguenza la prova scritta potrebbe non seguire immediatamente.
- Lo studente che intenda partecipare ad un dato appello dovrà iscriversi con *sufficiente anticipo* al sito <http://servizi.ing.unipi.it>, compilando l'apposito modulo, nel quale sono indicate anche tutte le informazioni aggiornate (data, ora, luogo). Si consiglia di lasciare il proprio indirizzo e-mail al momento dell'iscrizione: in questo modo il sistema informerà direttamente l'interessato di ogni successiva variazione. Si consiglia anche di conservare con cura il codice che il sistema assegna in sede di prenotazione: servirà poi per vedere i risultati.
- Ogni studente può sostenere il test a tutti gli appelli previsti. All'interno di ogni singolo appello, *l'accesso ad ogni prova successiva dipenderà dall'esito della prova precedente*.
- Per il superamento dell'esame tutte le varie prove dovranno essere sostenute *nello stesso appello*. Il voto finale dell'esame dipenderà dall'esito delle tre prove sostenute in quell'appello.
- Uno studente può ritirarsi dall'esame in qualunque momento, ma ovviamente agli appelli successivi dovrà ripartire dal test.

Prove d'esame: il test

- Il test comprende 16 domande, di cui 8 di tipo vero/falso e 8 a risposta multipla (con 5 opzioni).
- Per l'assegnazione del punteggio ogni risposta giusta vale 2 punti, ogni risposta mancante vale 0 punti, ogni risposta sbagliata (o incomprensibile) vale -2 punti.
- Sono considerati sufficienti i punteggi ≥ 16 .
- Il tempo a disposizione è di 30 minuti.
- Durante i 30 minuti NON è consentito lasciare l'aula o fare domande.
- NON è consentito l'uso di strumenti di calcolo, di comunicazione, di libri e appunti.
- È consentito l'uso di fogli di carta propria, purché non scritti e non facenti parte di quaderni o simili. Si consiglia di pre-compilare il test in brutta, onde evitare in bella risposte doppie o incomprensibili.
- Al termine dei 30 minuti lo studente consegna il solo foglio del test con la griglia compilata a penna. L'unica cosa che conta ai fini del punteggio sono le risposte segnate sulla griglia: non viene richiesta alcuna giustificazione dei passaggi eseguiti.
- Prima di consegnare (diciamo al minuto 28) ogni studente deve appuntarsi le risposte che ha dato, in modo da essere in grado di calcolare il punteggio che ha ottenuto non appena le risposte giuste vengono comunicate.

Prove d'esame: la prova scritta

- La prova scritta comprende un certo numero di problemi, da risolvere nel tempo assegnato (orientativamente 3 ore per 4 problemi, eventualmente suddivisi in più domande).
- È consentito l'uso di appunti, propri o prestati da altri, e di dispense scaricate legalmente da internet (ad esempio gli stampati delle lezioni). È consentito l'uso di libri *purché in edizione originale*. Questo vuol dire che si possono usare libri propri, libri imprestati da colleghi od amici, libri presi in prestito da biblioteche, ma non libri fotocopiati (di solito illegalmente). È ovvio che non è consentito scambiarsi del materiale durante la prova scritta.
- Non è consentito l'uso di strumenti di calcolo sofisticati o di comunicazione. È consentito l'uso di una calcolatrice non grafica e non programmabile, comunque inutile. Ad esempio, passaggi o disuguaglianze giustificati solo mediante l'uso della calcolatrice non sono ritenuti validi in sede di correzione.
- È consentito fare domande unicamente sul testo, possibilmente durante i primi 30 minuti.
- È consentito l'uso di fogli di carta propria per la sola brutta copia; per la bella copia utilizzare unicamente i fogli forniti.
- Nella bella copia vanno riportate le soluzioni degli esercizi proposti (ogni esercizio deve iniziare in una pagina diversa), giustificando adeguatamente ogni passaggio. Il punteggio ottenuto nella prova scritta dipenderà dalla *chiarezza* e dalla *completezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato (anche corretto) non ha alcun valore.

- In qualunque momento è consentito ritirarsi dalla prova scritta senza consegnare l'elaborato. In caso di consegna o abbandono prima dello scadere del tempo assegnato, il testo va sempre riconsegnato.

Prove d'esame: la prova orale

- Durante la prova orale verranno fatte domande di qualsiasi tipo inerenti gli argomenti del corso: svolgimento di esercizi, definizioni, enunciato e dimostrazione di teoremi e di criteri.
- La durata della prova orale può variare, a seconda dei casi, da 5 a 300 minuti.

Svolgimento dell'esame – Modalità classica

La modalità classica di superamento dell'esame prevede nell'ordine:

- il test;
- la prova scritta;
- la prova orale.

Per superare l'esame occorre superare le tre prove in successione nello *stesso appello*. La prima occasione utile per superare l'esame in modalità classica è dopo la fine dell'intero corso. Da quel momento in poi, la modalità classica è disponibile a tutti gli appelli.

Svolgimento dell'esame – Modalità spezzata

Tenendo conto che il corso è in realtà costituito da due sottocorsi abbastanza separati, vi è una seconda modalità di svolgimento dell'esame, che prevede:

- una prova scritta di Algebra Lineare superata in uno degli appelli invernali al termine della prima metà del corso;
- una prova scritta di Analisi Matematica II superata in uno degli appelli estivi dello stesso anno al termine della seconda metà del corso (gli appelli estivi sono quelli prima di agosto);
- una prova orale *facoltativa* al termine di ciascuno degli scritti.

Detto in altre parole: per chi sceglie la modalità spezzata non c'è il test e anche la prova orale è solo facoltativa, ma ci sono due prove scritte separate, ciascuna su una metà del corso. Ogni prova viene valutata con un voto separato, ed il voto complessivo dell'esame (l'unico che sarà verbalizzato) è sostanzialmente la media (salvo arrotondamenti) dei due voti separati.

Tuttavia, alla modalità spezzata si applicano le seguenti restrizioni:

- ♣ ci sono a disposizione “solo” gli appelli invernali per il primo scritto e “solo” gli appelli estivi per il secondo scritto (normalmente quindi 3 + 3 appelli);
- ♣ chi vuole fare l'esame in modalità spezzata *può presentarsi complessivamente solo tre volte allo scritto* (la presentazione scatta nel momento in cui uno si siede per fare lo scritto, non prima quando si prenota o dopo quando consegna lo scritto): dal momento che la modalità spezzata prevede 2 scritti, questo vuol dire che ne può andare male solo uno;
- ♣ chi supera la parte di Algebra Lineare negli appelli invernali, ma poi non riesce a superare la parte di Analisi Matematica II negli appelli estivi dello stesso anno, perde il diritto acquisito e *deve ripartire da capo* in modalità classica,
- ♣ chi si presenta all'esame almeno una volta in modalità classica non può più venire in modalità spezzata fino all'anno successivo.

In altre parole: la modalità spezzata è una possibilità riservata agli studenti che scelgono di presentarsi agli esami preparati, non a quelli che “vanno a provare a tutti gli appelli” sperando nel colpo di fortuna (che di solito non arriva ...). Per quelli c'è la modalità classica.

Check List per il Test

- Prenotarsi con congruo anticipo.
- Controllare nei giorni precedenti che non vi siano state variazioni di date, orari, aule.
- Arrivare puntuali nel posto giusto.
- Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- Tirare fuori libretto e documento.
- Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- Riporre tutto il resto ben lontano (non sul tavolo).
- Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- Preparare lo schemino per segnarsi le risposte.
- Controllare che libretto e documento siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- Assicurarsi di poter rimanere più di 30 minuti senza uscire (eventualmente uscire ora!).
- Ricordarsi di precompilare il test in brutta, onde evitare risposte doppie in bella.

Errori comuni durante il Test

- Compilare direttamente in bella (poi si cambia idea strada facendo e compaiono risposte doppie).
- Iniziare a copiare in bella al minuto 29 e 50 secondi (nella fretta ci si confonde).
- Copiare dal vicino (che probabilmente ha un test diverso!).
- Venire a dire che in brutta la risposta è quella giusta, mentre in bella non c'è o è quella sbagliata (pare che succeda tantissime volte ad ogni appello, ma non ci si può fare nulla!).
- Non controllare che il test sia stato effettivamente ritirato.
- Dare solo otto risposte, di cui una sbagliata, e tornare a casa convinti di non aver passato l'esame per colpa di una sola risposta sbagliata (la vera colpa sta nelle otto risposte non messe!).
- Sbagliare a calcolare il punteggio: ad esempio con 10 risposte date, di cui due sbagliate, si ottiene 12.

Check List per lo Scritto

- Pensare ad un abbigliamento che, a seconda della stagione, consenta di stare comodi ed a proprio agio per tutta la durata della prova (in particolare durante gli appelli invernali alcune aule tendono ad essere fredde, specie di prima mattina).
- Arrivare puntuali nel posto giusto.
- Aspettare che sia stato assegnato un posto.
- Tirare fuori libretto e documento, e controllare che siano ben accessibili agli addetti alla sorveglianza.
- Tirare fuori carta non scritta, penna, penna di riserva, matita, gomma ed altri eventuali strumenti di scrittura.
- Tenersi a disposizione gli eventuali libri, appunti, strumenti di calcolo permessi che si intende utilizzare.
- Assicurarsi che il cellulare sia spento e fuori portata.
- Portare cibo e bevande che dovessero servire durante le tre ore.

Errori comuni durante lo Scritto

- Scrivere solo le risposte senza motivare i passaggi (così non vale nulla).
- Giungere a risultati incoerenti (ad esempio una funzione crescente che tende a $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$, oppure l'integrale di una funzione positiva che viene un numero negativo) e far finta di niente.

Un banale errore di calcolo di solito comporta una lieve penalizzazione in sede di correzione. Se tuttavia l'errore conduce a risultati palesemente assurdi, e della cui absurdità non ci si accorge, allora viene valutato come errore concettuale, dunque penalizzato pesantemente.

In questi casi è quindi *molto meglio* scrivere che c'è qualche problema che non si riesce a trovare.

- Passare tutto il tempo a svolgere un esercizio, o una parte di un esercizio, che non viene, invece di passare al successivo, che magari si saprebbe fare in poco tempo: per questo il consiglio è di *leggere subito tutti gli esercizi*.
- Copiare dal vicino: di solito i sorveglianti subito od i correttori dopo se ne accorgono benissimo, e scattano le misure previste dal Regolamento Didattico di Ateneo.

Semestre di Algebra Lineare – A.A. 2013-2014

Programma previsto per argomenti

Preliminari/Prerequisiti

- Tutto il precorso, in particolare polinomi, geometria analitica, trigonometria.
- Parte del corso di Analisi Matematica I, in particolare insiemi e funzioni, principio di induzione, numeri complessi.

Spazi vettoriali ed applicazioni lineari

- Campi e spazi vettoriali. Sottospazi vettoriali.
- Dipendenza e indipendenza lineare, generatori, basi e componenti di un vettore rispetto ad una base, dimensione di uno spazio e di un sottospazio vettoriale. Span di un insieme di vettori.
- Somma ed intersezione di sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann. Somma diretta di sottospazi e componenti di un vettore rispetto ad una somma diretta.
- Applicazioni lineari. Matrice associata ad un'applicazione lineare dopo aver scelto basi in partenza ed arrivo.
- Operazioni tra matrici: somma, prodotto per uno scalare, prodotto tra matrici. Trasposta ed inversa di una matrice. Calcolo della matrice inversa mediante l'algoritmo di Gauss-Jordan e mediante la matrice dei cofattori.
- Matrici di cambio di base. Similitudine tra matrici.
- Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Teorema della dimensione. Legami tra iniettività, surgettività e dimensioni degli spazi di partenza ed arrivo per applicazioni lineari.
- Determinante di una matrice: definizione, principali proprietà, esistenza, unicità. Calcolo mediante l'algoritmo di Gauss e gli sviluppi di Laplace. Determinante della trasposta, dell'inversa, del prodotto.
- Rango di una matrice. Equivalenza tra R-rango, C-rango, D-rango. Calcolo del rango mediante i minori e mediante l'algoritmo di Gauss.
- Autovalori, autovettori, autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.
- Polinomio minimo, polinomio caratteristico. Relazioni tra coefficienti del polinomio caratteristico, traccia, determinante, autovalori.
- Forme canoniche. Criteri di diagonalizzabilità sui reali e sui complessi. Forma canonica di Jordan sui reali e sui complessi.
- Applicazioni e matrici simmetriche. Teorema spettrale.

Prodotti scalari e forme quadratiche

- Prodotto scalare canonico in \mathbb{R}^n . Norma e distanza.
- Basi ortogonali e ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.
- Matrici ortogonali.
- Ortogonale di un sottospazio. Proiezioni ortogonali su sottospazi.
- Forme quadratiche e matrici ad esse associate. Definizione di segnatura.
- Metodi per determinare la segnatura di una forma quadratica: completamento dei quadrati, segno degli autovalori, metodo di Sylvester (minori orlati), metodo di Cartesio (segno dei coefficienti del polinomio caratteristico).
- Prodotti scalari in generale e matrici ad essi associate. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.
- Basi ortogonali ed ortonormali (e procedimento di ortogonalizzazione) rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo.
- Applicazioni simmetriche rispetto ad un generico prodotto scalare e proprietà delle matrici ad esse associate. Teorema spettrale rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo.

Geometria analitica

- Vettori geometrici nel piano, nello spazio, e più in generale in \mathbb{R}^n .
- Geometria analitica nel piano. Equazioni cartesiane e parametriche di rette. Angoli e distanze.
- Geometria analitica nello spazio. Equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani. Angoli e distanze tra rette e piani.
- Equazioni cartesiane e parametriche di sottospazi affini di \mathbb{R}^n .
- Affinità e isometrie in \mathbb{R}^n . Teorema di struttura delle isometrie in \mathbb{R}^n .
- Isometrie nel piano e loro classificazione sulla base dei punti fissi. Rotazioni intorno a punti e simmetrie rispetto a rette.
- Isometrie nello spazio e loro classificazione sulla base dei punti fissi. Rotazioni intorno a rette e simmetrie rispetto a piani.

Sistemi lineari

- Scrittura di un sistema lineare in termini di matrici e vettori. Interpretazioni in termini di combinazioni lineari, Span, ed in termini di applicazioni lineari.
- Struttura generale dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare, omogeneo e non omogeneo.
- Matrici a scala e risoluzione di un sistema lineare mediante algoritmo di Gauss.
- Risolubilità di un sistema lineare e rango: teorema di Rouché-Capelli.
- Metodo di Cramer per sistemi lineari.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Semestre di Analisi Matematica II – A.A. 2013-2014

Programma previsto per argomenti

Preliminari/Prerequisiti

- Tutto il precorso, in particolare saper disegnare insiemi del piano descritti mediante equazioni e/o disequazioni e saper risolvere sistemi di equazioni.
- Tutto il corso di Analisi Matematica I (studi di funzione, limiti, calcolo integrale).
- Tutto il corso di Algebra Lineare (vettori, geometria analitica nel piano e nello spazio, matrici, forme quadratiche).

Calcolo differenziale in più variabili

- Lo spazio \mathbb{R}^n . Vettori e operazioni tra vettori. Norma, distanza, prodotto scalare.
- Funzioni di più variabili e loro grafico. Visualizzazione del grafico per funzioni di due variabili: linee di livello e restrizione alle rette (o curve) passanti per un punto.
- Limiti e continuità per funzioni di più variabili. Relazione tra il limite ed il limite delle restrizioni.
- Limiti all'infinito per funzioni di più variabili.
- Derivate parziali e direzionali per una funzione di più variabili e loro significato geometrico. Mancanza di relazioni tra l'esistenza delle derivate parziali e direzionali in un punto e la continuità nel punto stesso.
- Differenziale per funzioni di più variabili e sua interpretazione geometrica in termini di (iper)piano tangente al grafico. Relazione tra le derivate direzionali e le derivate parziali per una funzione differenziabile. Gradiente e suo significato geometrico. Teorema del differenziale totale.
- Derivate successive per funzioni di più variabili. Teorema di inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor in due o più variabili.
- Massimi e minimi locali e globali per funzioni di più variabili. Se in un punto di massimo o minimo interno una funzione è differenziabile, allora il suo gradiente si annulla.
- Richiami sulle forme quadratiche in più variabili: nozione di forma definita positiva e definita negativa.
- Matrice Hessiana e comportamento locale di una funzione in un intorno di un punto stazionario. Convessità e concavità in più variabili.
- Insieme compatti in \mathbb{R}^n . Teorema di Weierstass per funzioni di più variabili. Generalizzazioni del teorema di Weierstrass nel caso di insiemi non limitati.
- Massimi e minimi vincolati: metodo delle linee di livello.

- Massimi e minimi vincolati: metodo di parametrizzazione del vincolo.
- Massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange.
- Calcolo differenziale per funzioni da \mathbb{R}^n ad \mathbb{R}^m . Matrice Jacobiana.
- Derivazione di funzioni composte. Derivazione di integrali dipendenti da parametro.

Calcolo integrale in più variabili

- Integrale di Riemann per funzioni di due o tre variabili e suo significato geometrico/fisico.
- Formula di riduzione di un integrale doppio a due integrali semplici mediante sezioni.
- Integrali tripli: formule di riduzione per sezioni e per colonne.
- Sfruttamento delle simmetrie per semplificare il calcolo di integrali doppi o tripli.
- Calcolo di aree, volumi e baricentri mediante integrali doppi e tripli.
- Coordinate polari nel piano. Coordinate cilindriche e sferiche nello spazio. Utilizzo delle coordinate polari e sferiche per il calcolo di integrali multipli.
- Formula generale per il cambio di variabili negli integrali doppi.
- Solidi di rotazione. Teorema di Guldino per il volume dei solidi di rotazione.
- Integrali impropri in più variabili: definizioni e studio della convergenza.

Curve, superfici, calcolo vettoriale

- Curve: definizione. Curve chiuse e semplici. Vettore, versore e retta tangente.
- Lunghezza di una curva: definizione e calcolo.
- Integrali curvilinei (integrale di una funzione lungo una curva).
- Forme differenziali.
- Integrale di una forma differenziale lungo un curva. Forme differenziali esatte e potenziali.
- Insiemi connessi, convessi, stellati, semplicemente connessi. Forme differenziali chiuse. Relazioni tra forme differenziali chiuse ed esatte.
- Superfici: definizioni, versore normale, piano tangente.
- Area di una superficie: definizione e calcolo.
- Teorema di Guldino per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione.
- Integrali superficiali (integrale di una funzione su una superficie).
- Operatori differenziali: divergenza, rotore, Laplaciano, gradiente. Relazioni tra gli operatori differenziali.
- Orientazione di una superficie e del suo eventuale bordo.
- Formula di Gauss-Green: enunciati ed applicazioni.
- Formula di Stokes: enunciati ed applicazioni.

