

Esercizio 4. In \mathbb{R}^3 sia $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, e Π il piano di equazione $\{x + y - z = 0\}$.

(i) Determinare l'equazione di una sfera con centro in A e tangente al piano Π :

Esercizio 5. In \mathbb{R}^2 si consideri il seguente il fascio di coniche reali \mathcal{F}

$$\mathcal{F} = \{x^2 + 2\lambda xy + 4y^2 + 4\lambda x - 1 = 0\}$$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

 (ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

(iii) Esiste una conica degenera $\Gamma \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

(iv) Determinare l'equazione di una conica del fascio \mathcal{F} passante per il punto $(1, 1)$

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} tx_1 + tx_2 + 2x_3 = 4 \\ tx_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + tx_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

--

(ii) Il sistema ammette infinite soluzioni se e solo se :

--

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

--

Esercizio 7. I seguenti vettori di \mathbb{R}^3 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI

vero	falso
------	-------

Esercizio 8. In \mathbb{P}^2 sia \mathcal{C} la conica di equazione $\{x^2 + 2xy + 5y^2 - 2z^2 = 0\}$, sia r la retta di equazione $\{x + y - 5z = 0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (3, 4, 1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a \mathcal{C} :

--

(ii) Determinare le coordinate del polo di r rispetto a \mathcal{C} :

--

prova scritta del 11/1/2010
 TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Esercizio 1. In \mathbb{R}^3 si considerino i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B .

(i) il punto $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in r$? vero falso

(ii) Determinare l'equazione di un piano perpendicolare alla retta r e passante per A .

(iii) Data la retta s di equazioni $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$

Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) della coppia di rette r e s .

(iv) Determinare l'equazione parametrica di una retta passante per A e perpendicolare a s e a r

Esercizio 2. In \mathbb{R}^3 sia Π il piano passante per i punti A, B e C seguenti: $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

(i) il punto $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \Pi$? vero falso (ii) Determinare un vettore perpendicolare a Π : $\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

(iii) Data la retta r di equazioni parametriche: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = -t + 4 \end{cases}$ Determinare le coordinate di $r \cap \Pi$: $\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

Esercizio 3. In \mathbb{R}^3 sia Q la quadrica di equazione $\{x^2 - y^2 + 6yz + z^2 = 0\}$ e sia Π il piano di equazione $\{x = 1\}$

(i) Classificare la quadrica Q :

(ii) Classificare la conica $Q \cap \Pi$:

Esercizio 4. In \mathbb{R}^3 sia $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, e Π il piano di equazione $\{x + 2y - z = 0\}$.

(i) Determinare l'equazione di una sfera con centro in A e tangente al piano Π :

Esercizio 5. In \mathbb{R}^2 si consideri il seguente il fascio di coniche reali \mathcal{F}

$$\mathcal{F} = \{x^2 + 2\lambda xy + 4y^2 + 4\lambda x - 1 = 0\}$$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

 (ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

(iii) Esiste una conica degenera $\Gamma \in \mathcal{F}$?

vero	falso
------	-------

(iv) Determinare l'equazione di una conica del fascio \mathcal{F} passante per il punto $(1, 1)$

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} tx_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ tx_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + tx_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

(ii) Il sistema ammette infinite soluzioni se e solo se :

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

Esercizio 7. I seguenti vettori di \mathbb{R}^3 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI

vero	falso
------	-------

Esercizio 8. In \mathbb{P}^2 sia \mathcal{C} la conica di equazione $\{5x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 0\}$, sia r la retta di equazione $\{x + y - 5z = 0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (3, 4, 1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a \mathcal{C} :

(ii) Determinare le coordinate del polo di r rispetto a \mathcal{C} :

