Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra Lineare e Analisi 2 - anno accademico 2009/2010

prova scritta del 27/01/2010

TEMPO A DISPOSIZIONE: 180 minuti (45 minuti per ogni parte)

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

Esercizio 1.1 [punteggio: 0-4]

Sia z_0 il numero complesso $2 - 2i$.

(i) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z_0^4.

(ii) Determinare tutte le soluzioni dell' equazione $e^z = z_0$.

Esercizio 1.2 [punteggio: 0-4]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z-i)^5 = -\overline{z} + i \\ |z - 2i| \geq |z| \end{cases}$$

SECONDA PARTE

Esercizio 2.1 [punteggio: 0-6]

Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & t & 4 \\ t & 1 & -t \\ 1 & t & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui : $Ker(f_t) \neq \{\mathbf{0_V}\}$ e $Ker(f_t) \bigoplus Im(f_t) = \mathbb{R}^3$

Esercizio 2.2 [punteggio: 0-2]

Sia A la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calcolare A^{-1}

TERZA PARTE

Esercizio 3.1 [punteggio: 0-5]
Sia $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Esiste una base di $\mathbb{R}^4$ costituita da autovettori per f ?

Esercizio 3.2 [punteggio: 0-3]
In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $A=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B. Sia s : la retta determinate dalle equazioni cartesiane $\begin{cases} x & -y & +z & =0 \\ & +y & -z & =0 \end{cases}$

Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) della coppia di rette r e s.

QUARTA PARTE

Esercizio 4.1 [punteggio: 0-4]
Si consideri $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y)=\ x^2-y$$

Determinare i valori max, min di $f(x,y)$ ristretta al dominio $D=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2+6y^2\le 6\right\}$.

Esercizio 4.2 [punteggio: 0-3] Si consideri $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y)=\cos(x)+\sin(y)$$

(i) Disegnare le curve di livello $f(x,y)=0$.
(ii) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 in un intorno di $(0,0)$ della funzione