

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [10pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{3z} + e^{\bar{z}+1} = 0 \\ |z - i| \geq |\bar{z} - i| \end{cases}$$

Esercizio 2. [10pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 + tx_2 - x_3 - x_4 \\ x_1 - tx_2 + tx_3 \\ x_1 - tx_2 + 2tx_3 - tx_4 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare, al variare del parametro reale t , la dimensione di $(Ker(f_t))$ e di $(Im(f_t))$;
- (ii) Posto $t = 0$, determinare una base di $Ker(f)$ e una di $Im(f)$.
- (iii) Determinare, al variare dei parametri reali s, t , la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ s \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. [10pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino gli autovettori di f .
- (iii) si dica se f è diagonalizzabile.