

prova scritta del 18-1-2005

(Cognome)																				

(Nome)																				

(Numero di matricola)																				

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 = -4 \cdot \bar{z}^2 \\ |e^{iz}| > 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ t & t & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(f_t))$ e $\dim(\text{Im}(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) Dato il seguente sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 : $W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$,

determinare, se esistono, i valori di t per cui $\text{Ker}(f_t) \subset W$.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di f .

(iii) Si determinino gli autovalori di f^2 .