

prova scritta del 4-06-2002

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Esercizio 1. Si trovino tutte le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 = -4\pi^4 \\ e^z + e^\pi = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \beta \\ 1 & -2 & 3 \\ \beta & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ si determini la dimensione di $\text{Ker } f_\beta$ e di $\text{Im } f_\beta$.
- (ii) Determinare i valori di $\beta \in \mathbb{R}$ per i quali si ha $\text{Ker } f_\beta \subset \text{Im } f_\beta$.
- (iii) Nei due casi $\beta = 1$ e $\beta = 6$ si determini se il sistema:

$$f_\beta \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ammette una, nessuna o infinite soluzioni.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[Ing. gestionale]

- (i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f .
- (ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.
- (iii) Posto V_1 l'autospazio relativo all'autovalore 1, determinare un sottospazio W di \mathbb{R}^4 tale che $\mathbb{R}^4 = V_1 \oplus W$

[Ing. biomedica, elettrica, energetica]

Si determini la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [Ingegneria Biomedica, Elettrica, Energetica]

Sullo spazio vettoriale V su \mathbb{R} generato dalle funzioni $\{e^x, e^{-x}, 1\}$ si consideri il prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ definito da

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

- i) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- ii) Dire se tale prodotto scalare è definito.
- iii) Determinare, se esiste, una funzione $f \in V$ tale che $\langle f, f \rangle = 4$.