

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} (z - i)^2 = \bar{z} + i \\ \operatorname{Im}(z) \geq \operatorname{Re}(z) \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (i) [Ingegneria Gestionale] Determinare gli autovalori, gli autovettori e gli autospazi di f .
- (i) [Ingegneria Informatica] Determinare la forma canonica di Jordan di f .
- (ii) Dimostrare che $\ker(f) = \operatorname{Im}(f)$.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx + 2y \\ 2x + 2y + tz \\ x + 2y \\ y + tz \end{pmatrix}$$

- (i) Al variare di t determinare $\dim(\operatorname{Im}(f_t))$, $\dim(\operatorname{Ker}(f_t))$.
- (ii) Posto $t = 1$, dire se il seguente sistema ammette almeno una soluzione

$$f_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (iii) Posto $t = 0$, dire se il seguente sistema ammette un'unica soluzione

$$f_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4.[Ingegneria Informatica] Si determini il numero di soluzioni intere positive ≤ 840 del sistema

$$\begin{cases} x^2 \equiv x \pmod{15} \\ x^2 \equiv -x \pmod{14} \end{cases}$$

Esercizio 5.[Ingegneria Informatica] Determinare il numero delle permutazioni in \mathcal{S}_9 di ordine 6 che sono quadrati.