Dipartimento di Matematica Applicata
« Ulisse Dini »

Analisi II e Calcolo Numerico

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Appello del 8 luglio 2002

`Problema 1`

Sia $M = F(10, 3, -5, 5)$. Determinare

$$\theta = \max\{\xi \in M \text{ tali che } \xi \text{ non intero}\}$$

`Problema 2`

Per approssimare lo zero positivo più piccolo della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen} x - \frac{1}{2}$$

si vuole utilizzare il metodo ad un punto definito dalla funzione

$$h(x) = x - \operatorname{sen} x + \frac{1}{2}$$

Discutere l'utilizzazione del metodo e, se è il caso, descrivere una procedura che consenta di approssimare lo zero cercato con errore assoluto non superiore a 10^{-2}.

`Problema 3`

Determinare per quali matrici $A, B \in \mathbf{R}^{n\times n}$ la matrice

$$M = \begin{bmatrix} I & 0 & B \\ 0 & I & A^T \\ A & 0 & B \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3n\times 3n}$$

risulta

(a) fattorizzabile LR a blocchi;

(b) non singolare.

Soluzione

`Problema 1`

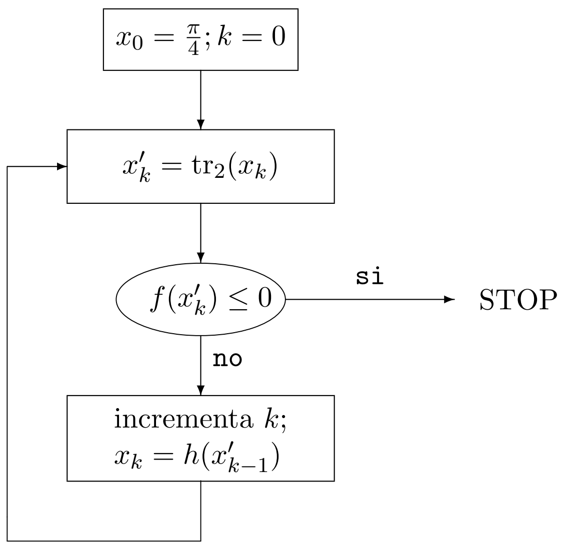
Un elemento non zero di M ha la forma $10^b\, 0.a_1a_2a_3 = 10^{b-3}\, a_1a_2a_3$. Se $b \geq 3$, l'elemento è intero. Il predecessore di $10^3\, 0.100$, che ha esponente $b = 2$, è $10^2\, 0.999$ che risulta non intero. Dunque $\theta = 10^2\, 0.999$.

`Problema 2`

Si verifica immediatamente che gli zeri di f coincidono con i punti fissi di h.

Detto α lo zero positivo più piccolo di f si ha $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$. Inoltre, per $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ risulta $0 \leq h'(x) \leq \frac{2-\sqrt{2}}{2} < 1$, e quindi una successione convergente ad α si ottiene partendo dall'estremo dell'intervallo $[0, \frac{\pi}{4}]$ più vicino ad α, e tale successione risulta monotona.

L'estremo più vicino è $\frac{\pi}{4}$. Una procedura per approssimare α con l'errore richiesto è



`Problema 3`

Utilizzando il procedimento di Doolittle si ottiene

$$\begin{bmatrix} I & 0 & B \\ 0 & I & A^T \\ A & 0 & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ A & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & B \\ 0 & I & A^T \\ 0 & 0 & (I-A)B \end{bmatrix}$$

La fattorizzazione esiste per ogni $A, B \in \mathbf{R}^{n\times n}$. Dalla fattorizzazione trovata si ricava $\det M = \det(I - A) \det B$ e quindi M è non singolare se e solo se $1 \notin \sigma(A)$ e B non singolare.