**Dipartimento di Matematica Applicata**
**« Ulisse Dini »**

# Analisi II e Calcolo Numerico

## Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Appello del 28 aprile 2005

**Problema 1**

In $M = F(10,12)$, si considerino le funzioni

$$\phi(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{se } \xi \oplus 1 > 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \omega(\xi) = 1 \oslash \phi(\xi).$$

Determinare l'insieme di definizione della funzione $\omega$.

**Problema 2**

Determinare l'elemento di $W = \langle 1, x^3 \rangle$ che meglio approssima i dati

| $x$ | 0 | 1 | $-1$ | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 1 | 0 | 1 |

nel senso dei minimi quadrati.

**Problema 3**

Siano

$$H = \begin{pmatrix} J & 0 \\ U & \frac{1}{2}I \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{4\times 4} \quad , \quad c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$$

con $J = (e_2, e_1)$ e $U$ la matrice di elementi $u_{ij} = 1$.

(a) Determinare lo spettro e poi diagonalizzare la matrice $J$. Descrivere *geometricamente* come $J$ opera su $v \in \mathbf{R}^2$.

(b) Decidere se il metodo iterativo definito da $H$ e $c$ è convergente.

(c) Descrivere l'insieme dei vettori $z_0$ a partire dai quali la successione generata dal metodo iterativo definito da $H$ e $c$ risulta convergente.

**Dipartimento di Matematica Applicata**
**« Ulisse Dini »**

# Analisi II e Calcolo Numerico

**Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica**

Appello del 28 aprile 2005

`Problema 1`

Sia $f(x) = x^2 + e^x - 3$.

(a) Separare gli zeri di $f$.

(b) Per ciascuno zero di $f$, indicare un punto iniziale che garantisca la convergenza del metodo di Newton. In ciascun caso, specificare l'andamento (qualitativo) della successione generata.

`Problema 2`

Determinare l'elemento di $W = \langle 1, x^3 \rangle$ che meglio approssima i dati

| $x$ | 0 | 1 | $-1$ | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 1 | 0 | 1 |

nel senso dei minimi quadrati.

`Problema 3`

Siano

$$H = \begin{pmatrix} J & 0 \\ U & \frac{1}{2}I \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{4\times 4} \quad , \quad c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$$

con $J = (e_2, e_1)$ e $U$ la matrice di elementi $u_{ij} = 1$.

(a) Determinare lo spettro e poi diagonalizzare la matrice $J$. Descrivere *geometricamente* come $J$ opera su $v \in \mathbf{R}^2$.

(b) Decidere se il metodo iterativo definito da $H$ e $c$ è convergente.

(c) Descrivere l'insieme dei vettori $z_0$ a partire dai quali la successione generata dal metodo iterativo definito da $H$ e $c$ risulta convergente.