<u>Es</u>: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$;

1) $\nexists\, x \in \mathbb{R}^2 : Ax = b$

2) ripiego: cerco x che "minimizza l'errore" $Ax - b$ ...

<u>def</u>: $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $m \leq n$, $b \in \mathbb{R}^n$;

$v \in \mathbb{R}^m$ <u>SOLUZIONE di $Ax = b$ NEL SENSO dei MINIMI QUADRATI</u> se

$\forall w \in \mathbb{R}^m$, $\| Aw - b \|_2 \geq \| Av - b \|_2$ (ovvero: $\| - \|_2^2 \geq \| - \|_2^2$)

<u>Es</u>: $p \in P_1(\mathbb{R})$; per memorizzarlo su un supporto (ad es CD):

$p \longrightarrow \boxed{c}_{t_0\,|\,|\,t_1} \longrightarrow c(p) \in \mathbb{R}^2 \longrightarrow \boxed{r} \longrightarrow \tilde{p}$

(dato memorizz) ("lettore")

ricostruz mediante int polin (in $P_1(\mathbb{R})$)

$\boxed{\Rightarrow \tilde{p} = p}$

<u>Pb</u>: memorizz "poco affidabile"... se perdo un dato non posso ricostruire!

<u>Sol</u>: $p \longrightarrow \boxed{c}_{t_0 \ldots t_k} \longrightarrow c(p) \in \mathbb{R}^{k+1} \longrightarrow \boxed{r} \longrightarrow \tilde{p}$ $\quad \tilde{p} = p$

(dato memorizz) ("lettore")

Adesso, anche se perdo $k-1$ dati riesco a ricostruire... ma:

<u>Pb</u>: in realtà $c(p)$ è leggerm modif per la memorizzazione e $\nexists$ elem di $P_1(\mathbb{R})$ che interpolano i dati...

<u>Sol</u>: cerco $\hat{p} \in P_1(\mathbb{R})$ che "minimizza l'errore" $c(\tilde{p}) - c(p)$

<u>def</u>: $t_0, \ldots, t_k \in [a,b]$, $y_0, \ldots, y_k \in \mathbb{R}$; $\mathcal{G}$ ssv di $C(a,b)$ dim finita;

g è un elem di $\mathcal{G}$ che <u>MEGLIO APPROSSIMA i dati</u> $(t_0, y_0), \ldots, (t_k, y_k)$ <u>NEL SENSO dei MINIMI QUADRATI</u> se

$\forall \hat{g} \in \mathcal{G}$, $(\hat{g}(t_0) - y_0)^2 + \cdots + (\hat{g}(t_k) - y_k)^2 \geq (g(t_0) - y_0)^2 + \cdots + (g(t_k) - y_k)^2$

... contesto più generale:

V sp vett con p.s.; W ssv di V, $\dim W < \infty$; $v \in V$

<u>Pb</u>: determ $\underbrace{w \in W \text{ t.c. } \forall x \in W,\ \| x - v \|^2 \geq \| w - v \|^2}_{\text{"MIGLIORE APPROSS di } v \text{ in } W \text{ nel SENSO dei MIN QUAD"}}$

<u>TEO</u>: $\exists!$ sol: la proi ort di v su W