

Es:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix};$

1)  $\nexists x \in \mathbb{R}^2 : Ax = b$

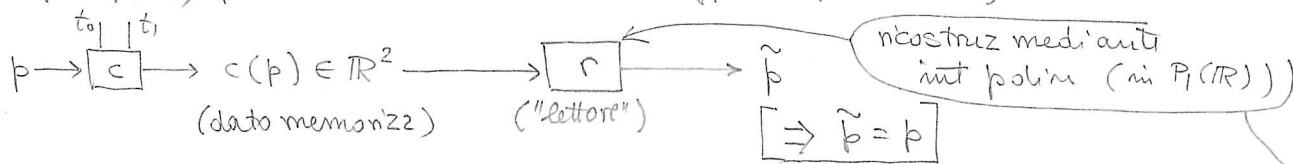
2) ripieg: cerco  $x$  che "minimizza l'errore"  $Ax - b \dots$

def:  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, m \leq n, b \in \mathbb{R}^n;$

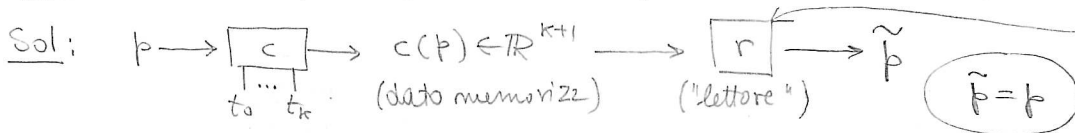
$w \in \mathbb{R}^m$  SOLUZIONE di  $Ax = b$  NEL SENSO dei MINIMI QUADRATI se

$\forall w \in \mathbb{R}^m, \|Aw - b\|_2 \geq \|Ar - b\|_2$  (ovvero:  $\|-\|_2^2 \geq \|-\|_2^2$ )

Es:  $p \in P_1(\mathbb{R})$ ; per memorizzarlo su un supporto (ad es CD):



Pb: memorizz "poco affidabile"... se perdo un dato non posso ricostruire!



Adesso, anche se perdo  $k-1$  dati riesco a ricostruire... ma:

Pb: in realta'  $c(p)$  e' leggerm modif per la memorizzazione e  $\nexists$  elem di  $P_1(\mathbb{R})$  che interpolano i dati...

Sol: cerco  $\hat{p} \in P_1(\mathbb{R})$  che "minimizza l'errore"  $c(\tilde{p}) - c(p)$

def:  $t_0, \dots, t_k \in [a, b], y_0, \dots, y_k \in \mathbb{R}; \mathcal{G}$  ssv di  $C(a, b)$  di dim finita;  
 $g$  e' un elem di  $\mathcal{G}$  che MEGLIO APPROSSIMA i dati  $(t_0, y_0), \dots, (t_k, y_k)$  NEL  
SENSO dei MINIMI QUADRATI se

$\forall \hat{g} \in \mathcal{G}, (\hat{g}(t_0) - y_0)^2 + \dots + (\hat{g}(t_k) - y_k)^2 \geq (g(t_0) - y_0)^2 + \dots + (g(t_k) - y_k)^2$

... contesto piu' generale:

$V$  sp rett con p.s.;  $W$  ssv di  $V, \dim W < \infty; v \in V$

Pb: determ  $w \in W$  t.c.  $\forall x \in W, \|x - v\|^2 \geq \|w - v\|^2$

"MIGLIORE APPROSS di  $v$  in  $W$  nel SENSO dei MIN QUAD"

TEO:  $\exists!$  sol: la pro ort di  $v$  su  $W$