* INTERPOLAZIONE *

def (pb dell' int polinomiale):

dati k int ≥ 0

$[a,b]$ int non deg di $\mathbb{R}$

$P_k(\mathbb{R})$ = ins dei polin a coeff in $\mathbb{R}$ di grado $\leq k$
(sottosp vett delle f continue da $[a,b]$ in $\mathbb{R}$)

$x_0, \dots, x_k$ punti distinti in $[a,b]$

$y_0, \dots, y_k \in \mathbb{R}$

determinare $p \in P_k(\mathbb{R})$ t.c. $p(x_0) = y_0, \dots, p(x_k) = y_k$
("che interpolano i dati $(x_0,y_0), \dots, (x_k, y_k)$")

Es: $k=2$, $[a,b] = [0,2]$, dati: $(0,1)$, $(2,-1)$, $(1,1)$

- $x^2 - x + 2$ non è sol ...
- $P_2(\mathbb{R}) = \{ a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \ ; \ a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R} \}$ ("parametrizz di $P_2(\mathbb{R})$")

Pb: cerco $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ t.c. $p(0) = 1$, $p(2) = -1$, $p(1) = 1$

OVVERO che ris il sist (lineare!) ...

Oss: $P_k(\mathbb{R}) = \langle q_0(x), \dots, q_k(x) \rangle$ (ad es $P_2(\mathbb{R}) = \langle 1, x, x^2 \rangle$)

cioè $P_k(\mathbb{R}) = \{ \alpha_0 q_0(x) + \dots + \alpha_k q_k(x) \ ; \ \alpha_0, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R} \}$

$a_0 q_0(x) + \dots + a_k q_k(x)$ risolve Pb $\Longleftrightarrow$ $(a_0, \dots, a_k)^T \in \mathbb{R}^{k+1}$ risolve ...

TEO (esist ed unicità della soluzione):

$\exists!$ $p \in P_k(\mathbb{R})$ che risolve il Pb dell' int polinomiale

(dim: ... con base di Lagrange.)

Es: det l'elem di $P_2(\mathbb{R})$ che int i dati dell' es precedente

A) usando base "lagrange"

B) usando base "vandermonde"

e verif che i polin trovati sono uguali.