Es: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

1) determ fatt QR di A
2) utilizz per ris sist $Ax = b$

Oss:
1) per calc fatt QR (op in $\mathbb{R}$) è neces $\sqrt{\cdot}$!
2) posto $\gamma_k \in \{1, -1\}$, $k = 1,2,3$, detta U, T la fatt QR trovata, anche $U\, \mathrm{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, $\mathrm{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)\, T$ è fatt QR.

> da fare:
> - CONDIZIONAMENTO
> - STUDIO IN $F(\beta, m)$
> - COSTO

Preliminare: norme in $\mathbb{R}^n$ e norme di matrice

già noto: $\mathbb{R}^n$ sp vett su $\mathbb{R}$ con p.s. canonico

$N :: v \to \sqrt{v \cdot v} = \|v\| = \sqrt{v_1^2 + \dots + v_n^2}$

norma euclidea di v; $\|v\|_2$, $N_2(v)$.

> **def** (norma, sp normato):
> V sp vett su $\mathbb{R}$, $N : V \to \mathbb{R}$ norma in V (SE)
>
> (N1) $N(v) \geq 0$ e $N(v) = 0 \Rightarrow v = 0$
>
> (N2) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $N(\alpha v) = |\alpha|\, N(v)$
>
> (N3) $N(v + w) \leq N(v) + N(w)$ (disug triangolare)

Es (altre norme in $\mathbb{R}^n$):

$N_1 : v \to |v_1| + \dots + |v_n| = \|v\|_1$

$N_\infty : v \to \max\{|v_1|, \dots, |v_n|\} = \|v\|_\infty$

> **Oss**: N_1, N_∞ non derivano da p.s in $\mathbb{R}^n$ (dim: oss 0.35, p. 14)

def (intorno sferico): $I_N(v, r) = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid N(x - v) \leq r \}$

r — RAGGIO
v — CENTRO

Es: disegnare $I_N(0,1)$ in $\mathbb{R}^2$ con N_1, N_2, N_∞ ...

> **def** (norma di matrice): si cons $\mathbb{R}^n$ con norma N; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$
>
> $\sup \left\{ \frac{N(Av)}{N(v)},\ v \neq 0 \right\}$ — $\|A\|_N$ — norma di A indotta da N

Es: $\mathbb{R}^n, N$; $\|I\|_N = 1$

Oss: $\sup\{\#\} < +\infty$

> **Es**: $N_\infty(Av) \leq (N_\infty(a_1) + \dots)\, N_\infty(v)$

> **Es** (formule per il calcolo):
>
> $N_1(A) = \max\{N_1(a_1), \dots, N_1(a_n)\} = \|A\|_1$
>
> $N_\infty(A) = N_1(A^T) = \|A\|_\infty$
>
> Per $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 6 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ si ha ...