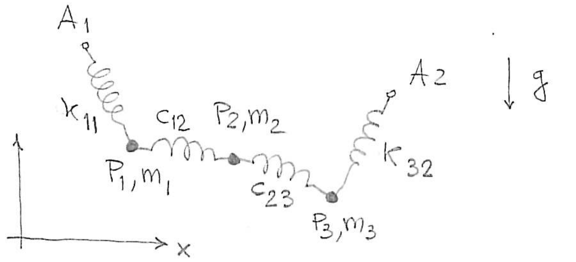
CN [29] [30] 17 aprile 2008 / C01

Es:



$A_j \equiv (x_a^{(j)}, z_a^{(j)})$

$P_j \equiv (x^{(j)}, z^{(j)})$

$c_{ij}, k_{ij} > 0$; $g > 0$; $m_j > 0$

eq. per l'equilibrio:

"asse x"

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k_{11}+c_{12} & -c_{12} & 0 \\ -c_{12} & c_{12}+c_{23} & -c_{23} \\ 0 & -c_{23} & c_{23}+k_{32} \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ x^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} x_a^{(1)} \\ 0 \\ k_{32} x_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \end{bmatrix}$$

"asse z"

$$C \begin{bmatrix} z^{(1)} \\ z^{(2)} \\ z^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} z_a^{(1)} - m_1 g \\ -m_2 g \\ k_{32} z_a^{(2)} - m_3 g \end{bmatrix}$$

Oss: i due sist hanno la stessa matrice!

Es (per casa): ricavare le eq (con legge di Newton!)

Oss: C è SDP (vero SEMPRE per sist di punti e molle ...)

(dim: dalla def $Cv \cdot v = \ldots$)

• Cosa fare se EG nt su A

def: $P(i,j)$ è la matr di perm che scambia riga i con riga j.

Es (pivoting): $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

• $A^{(1)} = A$; $A^{(2)} = H_1 \overset{P_1}{P(1,2)} A^{(1)}$; $A^{(3)} = H_2 \overset{P_2}{P(2,3)} A^{(2)}$ è tr sup ...

... q. di $D = A^{(3)} = [H_2 P_2 H_1 P_1] A$

... ovvero $A = [P_1^T H_1^{-1} P_2^T H_2^{-1}] D$

MA: $[\ldots]$ non è tr inf con 1 sulla diag ... (*)

• $P \overset{def}{=} P_2 P_1$, e poi $S \overset{def}{=} P[\ldots]$ (è tr inf con 1 sulla diag!) (**)

• $\boxed{S, D \text{ è fatt LR di } PA}$

• $\boxed{A = P^T S D}$

Es (per casa): verificare (*) e (**)!

• $(P; S, D) = EGP(A)$

Es (terminaz EGP): $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ... $A^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ EGP nt su A!

Teo (di terminaz EGP): $A = (a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$;

EGP t su A $\iff$ $a_1, \ldots, a_{n-1}$ lin indip

(dim: no)

Oss (uso EGP per soluz sist):

1) $(P; S, D) = EGP(A)$
2) $Sc = Pb$ (con SA)
3) $Dx = c$ (con SI)

procedura SODDISFACENTE (op in $\mathbb{R}$): SE A inv TROVA la soluz, SE A ni si arresta.

• (unicità) **Es:** $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$; applicare EGP scegliendo $P_1 = P(1,2)$ e poi $P_1 = P(1,3)$; confrontare le fatt ottenute.

• FATTORIZZAZIONE QR

def: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$; $U, T \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ...

Es: $A = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ invert; U, T fatt QR di A; le colonne di U sono una base o.n di $\mathbb{R}^n$ (ps canonico!) che verificano:

$\langle a_1 \rangle = \langle u_1 \rangle$

$\langle a_1, a_2 \rangle = \langle u_1, u_2 \rangle$

$\langle a_1, a_2, a_3 \rangle = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$

dunque si possono det utilizz il procedim di ortonormalizz di Gram-Schmidt.

Teo ($\exists$ fatt QR): $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invert; $\exists$ fatt QR di A