SISTEMI di EQUAZIONI LINEARI

Pb: dati $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertibile, $b \in \mathbb{R}^n$
determinare $x^* \in \mathbb{R}^n$ t.c. $Ax^* = b$

Oss: A invertibile significa (propr equivalenti)

- $\det A \neq 0$
- $\ker A = \{0\}$
- $Ax = 0 \Rightarrow x = 0$
- colonne (righe) di A sono elem lin indip (q. di BASE) di $\mathbb{R}^n$
- $\exists!\, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ t.c. $AB = BA = I$ (matr id — $B = A^{-1}$)
- $\forall b \in \mathbb{R}^n$, $\exists!\, x^*$: $Ax^* = b$

Casi semplici

(D) A diagonale ($a_{ij} = 0$ per $i \neq j$)

- invertibile $\sim$ $a_{kk} \neq 0$, $k = 1,\dots,n$
- soluzione: $x_k = b_k / a_{kk}$, $k = 1,\dots,n$

(T) A triangolare ($a_{ij} = 0$ per $\begin{cases} i > j & \text{tr. SUPERIORE} \\ i < j & \text{tr INFERIORE} \end{cases}$)

- invertibile $\sim$ $a_{kk} \neq 0$, $k = 1,\dots,n$
- soluzione: TS) SOSTITUZ ALL'INDIETRO ...
  TI) " IN AVANTI (ES: descrivere procedure!)

> $x = SI(T, c)$
> dati: $T \in \mathbb{R}^{n\times n}$ tr sup invert, $c \in \mathbb{R}^n$
> uscita: $x \in \mathbb{R}^n$ t.c. $Tx = c$
>
> $x_n = c_n / t_{nn}$;
> per $k = 1,\dots,n$ ripeti
> - $s_k = c_k - (t_{k,k+1} x_{k+1} + \dots + t_{kn} x_n)$;
> - $x_k = s_k / t_{kk}$.

(O) A ortogonale (...)

- invertibile sicuramente
- soluzione:

$$Ax^* = b \sim A^T A x^* = A^T b \sim x^* = A^T b$$